MATEMATIK **Hjälpmedel: Inga, inte ens miniräknare**

Chalmers tekniska högskola Datum: 2017-05-29 kl. 08.30–12.30

Övningstenta Telefonvakt: Hossein Raufi

MVE041 Flervariabelmatematik Z1

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 3: 20-29 p, 4: 30-39, 5: 40-50.

Lösningar läggs ut på kursens webbsida första vardagen efter tentamensdagen. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

Till samtliga uppgifter skall fullständiga lösningar inlämnas. **Endast svar ger inga poäng**. Motivera och förklara så väl du kan.

1. Låt $f(x, y, z) = xz^2 + ye^{xy}$.

(a) I vilken riktning avtar f som snabbast i punkten $(1, 0, -1)$? (2 p)

(b) Beräkna riktningsderivatan av f i punkten $(1, 0, -1)$ i riktningen $(-1, 2, 1)$. (3 p)

(c) Beräkna tangentplanet till nivåytan $f(x, y, z) = 1$ i punkten $(1, 0, -1)$. (3 p)

2. Beräkna alla kritiska punkter för (6 p)

$$f(x, y) = x^2y - xy^3 + x^2$$

och bestäm deras karaktär.

3. Beräkna ytintegralen (6 p)

$$\iint_S yz \, dS$$

där S är den del av sfären $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ som ligger över området $x \leq 0$, $x \leq y$ och $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$.

4. Beräkna linjeintegralen (6 p)

$$\int_{\mathcal{C}} z \, ds$$

där $\mathcal{C}$ är den del av skärningskurvan mellan ytorna $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ och $x + y = 1$, som ligger i 1:a oktanten.

5. Låt S vara ytan $z = 1 - x^2 - y^2$ över området $x^2 + y^2 \leq 1$. Beräkna flödet av (6 p)

$$\mathbb{F}(x, y, z) = (xz^2 - yz, x^2 - z^2, z^3 + y^2)$$

ut ur S, med riktning uppåt.

6. Beräkna dubbelintegralen (6 p)

$$\iint_D xy^3 dxdy$$

där D är området i första kvadranten som begränsas av kurvorna $y = x$, $y = 3x$, $xy = 1$ och $xy = 2$.

Var god vänd!

7. Låt $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ vara en deriverbar funktion. Visa att funktionen (6 p)

$$u(x, y, z) = \frac{1}{z} f\left(\frac{yz}{x^2}, \frac{xz}{y^2}\right)$$

löser differentialekvationen

$$x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} + z\frac{\partial u}{\partial z} + u = 0.$$

8. Beräkna den itererade integralen (6 p)

$$\int_0^1 \left(\int_0^{1-x} \left(\int_y^1 \frac{\sin(\pi z)}{z(2-z)} dz\right) dy\right) dx$$

genom att skriva den som en trippelintegralen och byta integrationsordning.

Lycka till!

/Hossein

Facit

1. (a) $(-1,-1,2)$
(b) $-\frac{1}{\sqrt{6}}$
(c) $x+y-2z=3$

2. $(0,0)$ sadelpunkt, $(\frac{108}{25},-\frac{6}{5})$ sadelpunkt

3. $\frac{7\sqrt{2}}{3}$

4. 1

5. $\frac{7\pi}{12}$

6. $\frac{7}{3}$

7. –

8. $\frac{1}{\pi}$