Matematiska vetenskaper
Chalmers tekniska högskola

Salsdugga 1
2018-04-12, 8:05–9:05

MVE041: Flervariabelmatematik

Godkäntgränsen: 4 poäng (utav 6 p) **Hjälpmedel:** Skrivdon

Födelsedatum (åå-mm-dd): **Erhållna poäng:**

---

1. Beräkna $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \underbrace{\frac{xy}{x^2+y^4}}_{=:f(x,y)}$ eller bevisa att gränsvärdet inte existerar. ~~(1 p)~~ (2p)

När man närmar sig mot origo längs linjen $y=kx$, då är $f(x,kx) = \frac{kx^2}{x^2+k^4x^4} = \frac{k}{1+k^4x^2} \to k$ då $x\to 0$.

Eftersom man får olika gränsvärden längs olika linjer, så existerar det efterfrågade gränsvärdet INTE.

2. Bestäm ekvationen för tangentplanet till funktionsytan av $f(x,y) = x^2y + x - y$ i punkten $(x,y) = (1,2)$. (1 p)

$$z = f(1,2) + f'_x(1,2)\cdot(x-1) + f'_y(1,2)(y-2)$$

där $f(1,2) = 1^2\cdot 2 + 1 - 2 = 1$

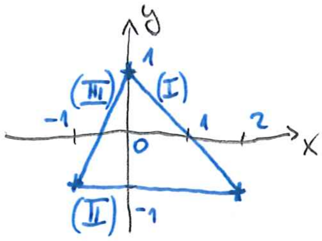
$f'_x(x,y) = 2xy + 1 \Rightarrow f'_x(1,2) = 2\cdot 1\cdot 2 + 1 = 5$

$f'_y(x,y) = x^2 - 1 \Rightarrow f'_y(1,2) = 1^2 - 1 = 0$

$\therefore\quad z = 1 + 5(x-1) + 0\cdot(y-2)$

Tangentplanets ekvation är alltså $\underline{z = 5x - 4}$

3. Bestäm värdemängden av funktionen $f(x,y) = \cancel{x^2y+x-y}$ x^2+y som är definierad på den slutna triangeln med hörnen $(-1,-1)$, $(0,1)$ och $(2,-1)$. ~~(2p)~~ (3p)



$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x \qquad \frac{\partial f}{\partial y} = 1 \qquad \nabla f = (2x, 1)$$

vilket är aldrig noll $\Rightarrow$ INGA stationära pkter

(I): $y = 1-x$, $x \in [0,2]$

$$g(x) := f(x, 1-x) = x^2 - x + 1 \qquad g'(x) = 2x - 1 = 0 \iff x = \frac{1}{2}$$

Kandidater för extremvärden:

hörnen: $f(0,1) = 1$

$f(2,-1) = 2^2 - 1 = 3$ ← MAX

g:s stationära plt: $f\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$

(II): $y = -1$, $x \in [-1, 2]$

$$h(x) := f(x, -1) = x^2 - 1 \qquad h'(x) = 2x = 0 \iff x = 0$$

Kandidater för extremvärden:

hörnen: $f(-1,-1) = 1 + (-1) = 0$, $f(2,-1) = 2^2 - 1 = 3$ ← MAX

h:s stationära plt: $h(0,-1) = 0^2 - 1 = -1$ ← MIN

(III): $y = 2x+1$, $x \in [-1, 0]$

$$u(x) := f(x, 2x+1) = x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2 \qquad u'(x) = 2(x+1) = 0 \iff x = -1$$

Kandidater för extremvärden = hörnen som redan undersökts.

f är kontinuerlig o området är sammanhängande, så V_f = alla värden mellan min o max $\therefore$ $\underline{\underline{V_f = [-1, 3]}}$