

MVE041: Flervariabelmatematik

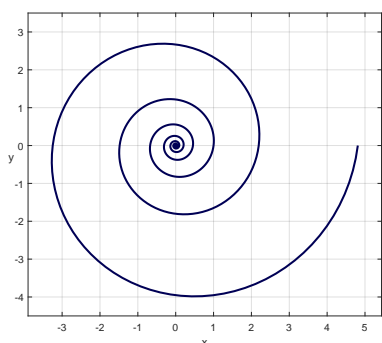
Godkäntgränsen: 5 poäng (utav 8 p)

Hjälpmedel: Skrivdon

Födelsedatum (åå-mm-dd):

Erhållna poäng:

1. Beräkna längden av den logaritmiska spiral som parametriseras av

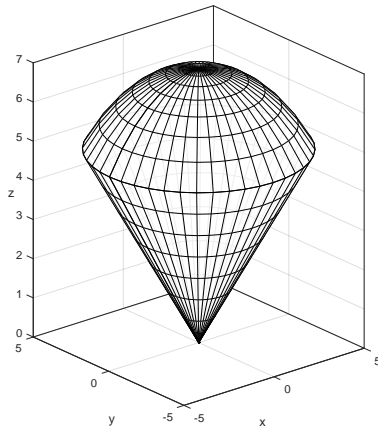


$$\mathbf{r}(t) = (e^{t/2} \cos 4t, e^{t/2} \sin 4t), \quad \text{där } t \in (-\infty, \pi). \quad (2 \text{ p})$$

2. Beräkna trippelintegralen $\iiint_K 1 \, dV$, där kroppen K definieras av olikheterna

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 36 \quad \text{och} \quad z \geq \sqrt{x^2 + y^2}. \quad (2 \text{ p})$$

Tips: Använd sfäriska koordinater. (Cylindriska k. funkar också bra, rekommenderas dock ej.)



3. Finn det globala minimumet av funktionen $f(x, y) = y - x$ på ellipsen $x^2 + 4y^2 = 1$. (2 p)

4. En cirkulär paraboloid ges av ekvationen $z = x^2 + y^2$. Beräkna arean av dess yta ovanför enhetscirkelskivan. Jämför resultatet med arean av en hyperbolisk paraboloid som ges av ekvationen $z = x^2 - y^2$ (ovanför enhetscirkelskivan). (2 p)

Tips: $A = \iint_{\Omega} \sqrt{1 + (f'_x)^2 + (f'_y)^2} dx dy$. Ett variabelbyte rekommenderas.