

# Matematisk Analys II

## GRUPPREDOVISNING I VECKA 4

### Anvisningar

Lös nedanstående fem uppgifter och redovisa dem i grupp under de ordinarie övningstillfällena tisdag och onsdag i läsvecka 4 (20 – 21 sept).

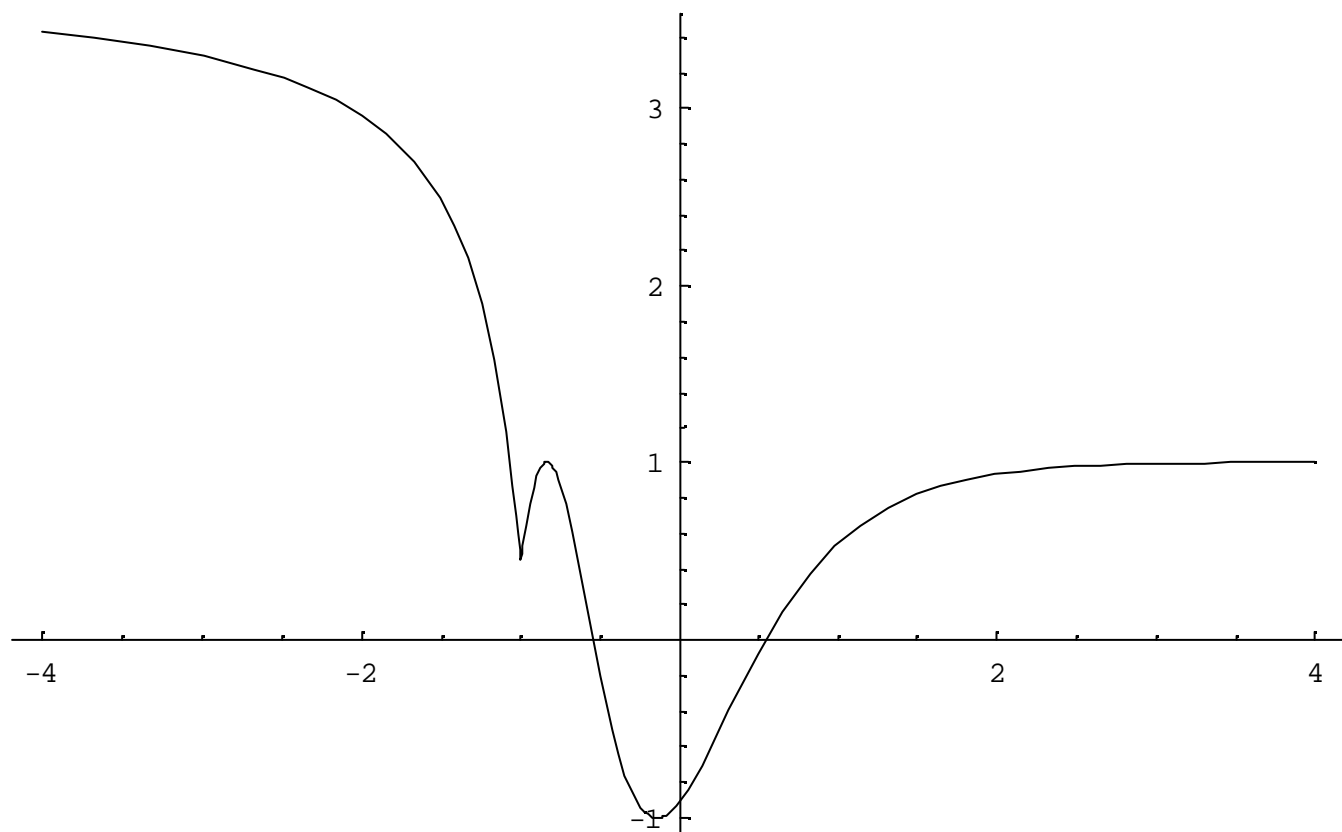
Gruppstorleken kan variera men bör vara 5 eller 6 elever.

Redovisningen sker muntligt men lösningarna bör naturligtvis stödjas av prydliga uträkningar och figurer. Använd gärna olika datorhjälpmedel om ni tycker arbetet underlättas.

Korrekta lösningar belönas med upp till 1.5 bonuspoäng som tillgodoräknas vid tentamen i oktober samt följande två omtentamenstillfällen.

Det är inte nödvändigt att ha löst samtliga uppgifter fullständigt för att erhålla bonuspoängen, men någon form av framsteg skall kunna uppvisas i varje uppgift.

1. Figuren visar grafen till en funktion  $f(x)$ .  
Skissera grafen till  $y = f'(x)$



2. Rufus Eldfluga skall ut på fältet och skörda majs. Rufus är morgonpig och full av arbetsiver börjar han med att skörda inte mindre än 200 skäppor per timme. Emellertid tröttnar Rufus efterhand så att efter  $t$  timmar är hastigheten nere i  $200e^{-0.2t}$  skäppor per timme.  
Om Rufus arbetar oavbrutet i 8 timmar, hur mycket majs hinner han skörda?

Nästa dag är Rufus inte lika entusiastisk inför arbetet. För att göra dagen mer uthärdlig beslutar sig för att unna sig en paus. Pausen blir så lång att han hinner återhämta sig helt innan han fortsätter arbetet.

Antag att Rufus återhämtar sig lika snabbt som han tröttnar. Det vill säga, om han arbetar i två timmar tar det två timmar innan han är utvilad igen.

När skall Rufus ta sin paus för att han efter dagen skall ha skördat så mycket som möjligt? Jämför med hur mycket han skördade utan paus.

Hur kort skall arbetsdagen vara för att det inte skall löna sig att ta någon paus?

3. För funktionen  $f(x)$  gäller i intervallet  $a \leq x \leq b$  att

$$f(x) > 0, \quad f'(x) > 0, \quad f''(x) > 0$$

Visa att 
$$\int_a^b f(x) dx < \frac{(b-a)(f(a) + f(b))}{2}$$

4. En sfärisk tank fylls med vatten som flödar in med konstant hastighet. Låt  $V(t)$  vara volymen vatten i tanken vid tiden  $t$  och  $h(t)$  vattenståndet räknat från tankens ”sydpol”.

Beskriv  $h'(t)$  så väl som möjligt.

*Det går att räkna fram ett implicit uttryck för  $h'(t)$  på olika sätt. Ett sätt – inte nödvändigtvis det bästa – är att med hjälp av integration ställa upp ett samband mellan  $h(t)$  och  $V(t)$ . Gör det, men försök gärna hitta alternativa sätt.*

5. Låt  $f(x) = 4x + \sin px$ .

Visa att  $f(x)$  är inverterbar och kalla inversen  $\Phi$

Beräkna 
$$\int_3^4 \Phi(x) dx$$