

Matematisk Analys II

GRUPPREDOVISNING I LÄSVECKA 7

Anvisningar

Lös nedanstående fem uppgifter och redovisa dem i grupp under de ordinarie övningstillfällena tisdag och onsdag i läsvecka 6 och 7.

Gruppstorleken kan variera men bör vara 5 eller 6 elever.

Redovisningen sker muntligt men lösningarna bör naturligtvis stödjas av prydliga uträkningar och figurer. Använd gärna olika datorhjälpmedel om ni tycker arbetet underlättas.

Korrekta lösningar belönas med upp till 1.5 bonuspoäng som tillgodoräknas vid tentamen i oktober samt följande två omtentamenstillfällen.

Det är inte nödvändigt att ha löst samtliga uppgifter fullständigt för att erhålla bonuspoängen, men någon form av framsteg skall kunna uppvisas i varje uppgift.

Att notera: för att bli effektivare och bättre disponera lektionstiden kommer man att till denna redovisning kunna boka tid. Bokningslistor kommer att finnas till hands första gången onsdag eftermiddag, 28 september.

De två första uppgifterna kan med fördel redovisas redan läsvecka 6, 4 – 5 oktober.

1. Lös ekvationen $z^6 + 2z^3 + 2 = 0$
2. Låt z vara en punkt på cirkeln $|z - 1| = 1$. Visa att $\arg(z - 1) = 2\arg z$
Rita en figur och tolka påståendet geometriskt.
3. En tank innehåller 100 liter saltlösning med koncentrationen 5%. Med hastigheten 10 liter per minut tillförs en saltlösning med koncentrationen 10%, samtidigt som tanken töms med samma hastighet.
Hur lång tid tar det innan saltlösningen i tanken är 8%?
Antag att tillförseln till tanken bara är 9 liter per minut, så att volymen i tanken minskar med tiden. Hur kommer då saltlösningens koncentration variera med tiden?

4. Hederlige Harry har öppnat en fiskfarm. Harrys fiskdamm är obegränsat stor och foder finns i överflöd, så fiskarna – en ny, muterad art av spätta – trivs och förökar sig hämningslöst.

Ställ upp en modell för hur antalet fiskar varierar med tiden.

Harry börjar med 100 fiskar och efter 4 månader är de 200 stycken. Hur många finns det efter m månader?

Fast egentligen är inte dammen så stor och det händer att Harry sparar in på fiskmaten. Fler än 4000 fiskar får inte plats i dammen.

Ställ upp en ny modell som tar hänsyn till denna begränsning. Använd samma värden som ovan.

Efter ett tag tröttnar Hederlige Harry på att betrakta sina spättor; han vill hellre tjäna pengar på dem. Han beslutar sig för att plocka upp och sälja 200 fiskar varje månad. Till Harrys bestörtning visar det sig då att hela beståndet efter en tid är borta.

Vad beror det på, och hur lång tid tar det?

Hur mycket kan Harry plocka upp per månad utan att fisken tar slut?

Anmärkningar: som framgår av texten börjar Harry inte fiska förrän beståndet har vuxit till sig; till exempel tills det finns 4000 fiskar i dammen. 200 fiskar per månad står för hastigheten med vilken fiskarna berövas livet; Harry – eller någon av hans torpeder – antas alltså fiska kontinuerligt. Ignorera triviala invändningar som att fiskar lägger rom en gång om året.