

# Matematisk Analys II

## ÖVNINGSTENTAMEN 2

1. a) Ekvationen  $x^4 + 2x^3 - 6x^2 - 22x + 65 = 0$  har en rot  $x = 2 + i$ .  
Lös ekvationen fullständigt.
- b) Bestäm alla komplexa tal  $z$  sådana att  $e^z = 2 - 3i$
2. Låt  $f(x) = e^x + x - 2$   
Visa att  $f(x)$  är inverterbar med invers  $f^{-1}(x)$ .  
Beräkna  $f^{-1}(-1)$  och  $f^{-1}'(-1)$ .  
Lös ekvationen  $f(x) = f^{-1}(x)$  (Ledning: rita funktionernas grafer)
3. Bestäm definitionsmängd och värdemängd till funktionen
- $$f(x) = \arcsin \frac{1-2x}{x}$$
4. Bestäm alla funktioner  $f$  som är deriverbara i  $0 < x < 1$  och som har egenskapen att tangenten till kurvan  $y = f(x)$  i punkten  $(a, f(a))$  skär  $x$ -axeln i punkten  $\left(\frac{1}{a}, 0\right)$  för varje  $a$  i intervallet  $0 < a < 1$ .
5. a) Visa att  $\int_0^{\infty} (2 + \sin x)e^{-x} dx$  är konvergent.
- b) Låt  $f(x) = \int_0^x \sin(2pe^{-t}) dt$ ,  $x \geq 0$ . I vilken punkt antar  $f(x)$  sitt minsta värde?