

## MATEMATIK

Chalmers tekniska högskola och Göteborgs universitet

Tentamen i Matematisk analys IT2, MVE045, 2009-10-20, TID(8.30-12.30)

Inga hjälpmedel, förutom penna, linjal och Beta, är tillåtna, ej heller räknedosa.

Telefonvakt: Ragnar Freij, 0703-088304.

Besökstider: ca 9.30 och 11.30

---

**OBS:** Ange linje samt personnummer och namn på omslaget.  
Ange kod på *varje* inlämnat blad.  
Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak beräkningarna och motiveringarna som ger poäng, inte svaret. Skriv tydligt.  
För godkänt krävs minst 20 poäng sammanlagt.

---

1. (a) Bestäm om följande gränsvärde existerar och i så fall beräkna det:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^2}.$$

(5p)

- (b) Beräkna derivatan av funktionen

$$x^{\arctan x}.$$

(5p)

2. Sätt  $f(x) = \frac{x(x-3)}{x-4}$ . Ange  $f$ 's definitionsmängd och dess derivata. Rita grafen till  $f$  samt ange samtliga asymptoter och extremvärden och extrempunkter.

(10p)

3. (a) Beräkna

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{-x^3} \cdot e^{x^2 - \frac{x}{2}}.$$

(5p)

- (b) Utveckla

$$e^{\sin x} \cdot \frac{e^{-x}}{\sqrt{1+x}}$$

i potenser av  $x$  med restterm angiven på formen  $O(x^6)$ .

(5p)

4. (a) Lös andragradsekvationen

$$z^2 - 2\sqrt{2}iz - 2\sqrt{3}i = 0.$$

(5p)

(b) Bestäm den lösning till ekvationen

$$4y'' + 4y' + y = 0$$

som uppfyller  $y(0) = 2$  och  $y'(0) = 0$ .

(5p)

5. (a) Bestäm samtliga primitiva funktioner till

$$\frac{x^3}{x-1}.$$

(5p)

(b) Beräkna längden av kurvan  $y = \ln(\sin x)$ ,  $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ .

(5p)

Information om när tentan är färdigrättad och tid för visning av tentan hos föreläsaren kommer att lämnas på kurshemsidan. När resultaten är registrerade i Ladok kommer ett e-brev.

LYCKA TILL!

Peter