

## MATEMATIK

Chalmers tekniska högskola och Göteborgs universitet

Tentamen i Matematisk analys IT2, MVE045, 2014-01-14, TID(8.30-12.30)

Inga hjälpmedel, förutom penna, linjal och Beta, är tillåtna, ej heller räknedosa.

Telefonvakt: Christoffer Standar, 0703-088304

Besökstider: ca 9.30 och 11.30

---

**OBS:** Ange linje samt personnummer och namn på omslaget.  
Ange kod på *varje* inlämnat blad.  
Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak beräkningarna och motiveringarna som ger poäng, inte svaret. Skriv tydligt.  
För godkänt krävs minst 20 poäng sammanlagt.

---

1. (a) Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + \sin x + x}{x \arctan x} \quad (5p)$$

- (b) Derivera funktionen

$$\frac{2}{3} \arctan\left(\frac{1}{3} \tan \frac{x}{2}\right)$$

och förenkla.

(5p)

2. Sätt

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 4}.$$

Ange definitionsmängden för  $f$ . Ange definitionsmängden för  $f'$  samt beräkna  $f'(x)$ . Beräkna samtliga asymptoter och extremvärden/extrempunkter till  $f$ . Rita grafen till funktionen  $f$ .

(10p)

3. (a) Kalkylera

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin x) - \arctan x}{x^5}. \quad (5p)$$

- (b) Utveckla

$$\sin \frac{x^2}{2}$$

i potenser av  $x$  med resttermen  $x^{14}B(x)$ .

(5p)

4. (a) Lös andragradsekvationen

$$z^2 - (3 + 2i)z + 5 + i = 0.$$

(5p)

- (b) Lös differentialekvationen

$$\begin{cases} 4y'' + 4y' + y = 0 \\ y(0) = 2, y'(0) = 0 \end{cases}$$

(5p)

5. (a) Bestäm samtliga primitiva funktioner till

$$x^3 \arctan x.$$

(5p)

- (b) Beräkna

$$\int_0^1 (1 - x^3)^{50} x^5 dx.$$

(5p)

Information om när tentan är färdiggrättad och tid för visning av tentan hos föreläsaren kommer att lämnas på kurshemsidan. När resultaten är registrerade i Ladok kommer ett e-brev.

LYCKA TILL!

Peter