

Examinator: Märten Wadenbäck

Telefonvakt: Malin Palö Forsström, telefon: x5325

Hjälpmedel: BETA, ej räknedosa

För betyget tre kvävs minst 20 poäng, för betyget fyra krävs minst 30 poäng, och för betyget fem krävs minst 40 poäng. Resultatet meddelas i LADOK senast 2017-11-20. Tid och plats för visning kommer att anslås på kurshemsidan senast samma datum.

OBS: Skriv tydligt och luftigt, på *en* sida av varje pappersark. Behandla högst en uppgift per sida. Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak motiveringarna och beräkningarna som ger poäng, inte svaret. Ofullständig eller bristfällig lösning kan ändå ge delpoäng, så försök även om du är osäker. Numrera de inlämnade bladen *efter* att du sorterat dem! Använd inte röd penna, men gärna annan färg.

1. (a) Bestäm alla $x \in \mathbb{R}$ som löser ekvationen $2 \ln x - \ln |1 - 2x| = 0$. (5p)

(b) Bestäm alla $z \in \mathbb{C}$ som löser ekvationen $z^2 - (3 + 3i)z + 5i = 0$. (5p)

2. (a) Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{1 + x^2} - \sqrt{5 + 2x + x^2}. \quad (5p)$$

(b) Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{2t^2}{e^t - \sqrt{1 + 2t}}. \quad (5p)$$

Tips: Använd Maclaurinutveckling.

3. Beräkna och förenkla $f'(x)$, där

$$f(x) = \int_{x^2}^{x^3} \frac{t}{\ln t} dt, \quad D_f = (0, \infty). \quad (10p)$$

4. (a) Avgör om den generaliserade integralen

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^4 + x^2}$$

konvergerar, och avgör i så fall dess värde. (5p)

(b) Beräkna

$$\int_0^{\pi/2} \cos^5 \varphi d\varphi. \quad (5p)$$

5. Bestäm allmänna lösningen till differentialekvationen

$$y'' - y' - 2y = e^{-x}. \quad (10p)$$