

Examinator: Mårten Wadenbäck

Telefonvakt: Mattias Lennartsson, telefon: x5325

Hjälpmedel: BETA, ej räknedosa

För betyget tre kvävs minst 20 poäng, för betyget fyra krävs minst 30 poäng, och för betyget fem krävs minst 40 poäng. Resultatet meddelas i LADOK senast 2018-09-18. Lösningar, samt tid och plats för visning kommer att anslås på kurshemsidan senast samma datum.

OBS: Skriv tydligt och luftigt, på *en* sida av varje pappersark. Behandla högst en uppgift per sida. Motivera dina svar väl. Det är i huvudsak motiveringarna och beräkningarna som ger poäng, inte svaret. Ofullständig eller bristfällig lösning kan ändå ge delpoäng, så försök även om du är osäker. Numrera de inlämnade bladen *efter* att du sorterat dem! Använd inte röd penna, men gärna annan färg.

1. (a) Bestäm alla $z \in \mathbb{C}$ som löser ekvationen $z^2 - (2 + i)z + 3 + i = 0$. (5p)
- (b) Bestäm alla $x \in \mathbb{R}$ som löser ekvationen $|x^2 - 2x| + x - 2 = 0$. (5p)
2. (a) Bestäm andra gradens Maclaurinpolynom för $\ln(1 + 2x)$ och $\sqrt{1 - 4x}$. (4p)
- (b) Bestäm konstanten a given av

$$a = \lim_{x \rightarrow 0} \ln(1 + 2x) + \sqrt{1 - 4x}.$$

(2p)

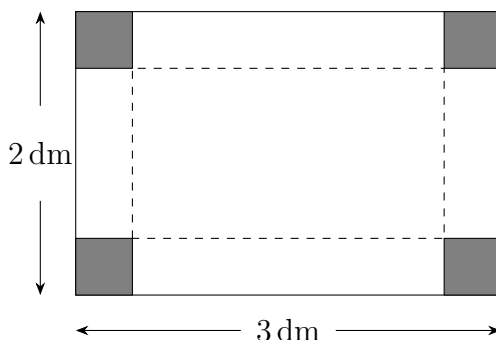
- (c) Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a - \ln(1 + 2x) - \sqrt{1 - 4x}}{x^2}$$

med a givet enligt (b).

(4p)

3. Från en 3 dm lång och 2 dm bred plåt skall en låda (utan lock) tillverkas. Detta sker genom att lika stora kvadrater skärs bort från vardera hörn, varpå sidorna viks upp längs de sträckade linjerna i figuren nedan.



Bestäm sidan på de bortskurna kvadraterna så att lådans volym blir så stor som möjligt.

(10p)

Var god vänd!

4. (a) Beräkna den generaliserade integralen $\int_0^{\infty} x^2 e^{-2x} dx$. (5p)

(b) Beräkna volymen av den begränsade rotationskropp som uppstår mellan $x = 1$ och $x = 2$ då kurvan $y = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$ roteras kring x -axeln. (5p)

5. Bestäm alla begränsade funktioner $y : (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ sådana att

$$\begin{cases} y'' + y' - 2y = 4e^{-3x} \\ y(0) = 5, \end{cases}$$

och bestäm även gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{2x} y(x)$. (10p)

Lycka till!