Lärande mål	**Innehåll (olika moduler)**
LM1 - kunna definiera och manipulera elementära funktioner och algebraiska utryck; LM2 - förklara begreppen derivata; LM3 – förklara begreppen integral; LM4 – förklara kopplingen mellan derivata och integral; LM5 – kunna lösa enklare differentialekvationer; LM6 – approximera funktioner med polynom samt framställa dem som potensserier; LM7 – kombinera kunskaper om olika begrepp i praktisk problemlösning	M1 - elementära funktioner; M2 – gränsvärdesbegeppet; M3- kontinuitet för reella funktioner; M4 - deriverbarhet för reella funktioner; M5 – medelvärdessatsen; M6 - Taylorutvecklingar och approximationer av funktioner; M7 – Riemannintegralen; M8 - primitiva funktioner och kopplingen till integraler; M9 - tillämpningar av intregralberäkningar på volymer av kroppar och längden av kurvor; M10 - enklare differentialekvationer; M11 komplexa tal

W1 Sep 3-8: dugga 1	W2: dugga 2a, 2b	W3: dugga 2c	W4 (dugga 4)
L1 bakgrund - mängder (objekt som delar egenskaper: class) - mänger av tal - reella talen … decimal form med upprepning … med icke upprepning - egenskaper av tal: algebra, kvadreringsregeln, konjugatregeln - enkla olikheter: det går att ordna alla tal i R ,tal linje	**L1 gränsvärden** - höger, vänster, tvåsidig, ändlig, oändlig - inre punken, kant punkter - egenskaper	**L1 derivata av komplicerade funktioner: kedjeregel** • differentialer: *df*, *dx*, $\frac{df}{dx} = f'(x)$ • skillnaden mellan Δx och dx • derivatan av sammansatta funktioner $\frac{df}{dx} = \frac{df}{dg}\frac{dg}{dx}$ • exempel: $(1+x)^{10}$, $(1+x^2)^{10}$, … **RÖ1 kedjeregel och implicit derivata övningar** • ADAMS 2.5 kedjeregel övningar • ADAMS 2.9 implicit derivata övningar	**L1 derivata av komplicerade funktioner: exp och log** - a^x och $\log_a x$ - definition - egenskaper - derivata bevis för e^x - derivata av a^x - derivata av $\ln x$ - derivata av $\log_a(x)$ **RÖ1 komplicerade derivata med varierade tekniker** - $x^{g(x)}$ derivata - derivera (MVG): $-\frac{2}{\sqrt{3}}\arctan(\frac{x+2}{x\sqrt{3}})$, $x^{\arctan x}$, $\frac{2}{3}\arctan(\frac{1}{3}\tan\frac{x}{2})$
L2 bakgrund - att arbeta med olikheter - mängder i R: enkla intervaller - mängder i RxR … Kartesiskt koordinatsystem … enklare former i RxR (linjer, cirklar, diskar, halvytor, kombinationer av dessa) - funktioner och deras grafer: linjer, parabola, 1/x, |x|	**L2 kontinuitet** - definition - typer: för inre punk, för kant punkter	**L2 derivata av komplicerade funktioner: kedjeregel i implicit derivata sammanhang** • numerisk exempel på kedjeregeln • $\frac{df^2}{dx}$ och räkna med $f = x$; räkna $\frac{df^2}{df^{20}}\frac{df^{20}}{df^{13}}\frac{df^{13}}{dx}$; räkna $\frac{df^2}{df^{20}}\frac{df^{20}}{dx}$; jämför: har man gjort rätt tå skall alla vara lika dana (samma som för $\frac{dy}{dx}\frac{dx}{dy} = 1$) • hur man arbetar/tänker med implicit derivata **RÖ2 implicit derivata** • analys av aktuella komplicerade tenta frågor • tangenter/normaler med implicita funktioner	**L2 komplicerade limes med ln x, exp x, och polynomer** - limes fal genomgång - L'Hopital genomgång **RÖ2 komplicerade limes som går inte att räkna utan derivata** • komplicerade limes (exp mot polynom, log mot polynom,…) • L'Hopital övning komplicerade limes; beräkna limes (om det finns, MVG, vem tävlar med vem?): • $\lim_{x\to\infty}\frac{1+\sin x+x}{x\arctan x}$, $\lim_{x\to 0+}\frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^2}$, $\lim_{x\to\infty}\frac{\ln x^2}{2+\ln x}$
L3 bakgrund - funktioner/sammansatta funktioner - trigonometriska funktioner: definitioner, grafer, värden för speciella vinklar, periodicitet egenskaper, symmetri egenskaper, sin(a+b), cos(a+b)	**L3 derivata** - definition - enkla derivata med definitionen - den grafiska meningen - tangenten till f(x) in en punk - normal till f(x) in en punk - linjär approximation i en punk	**L3 tillämpningar av kedjeregeln och implicit derivata** • derivatan av inversfunktioner - principer - hur man gör: använd regeln $\frac{dy}{dx}\frac{dx}{dy} = 1$ - exempel: derivatan av $x^{1/n}$, $\sqrt{x}$ • komplicerade funktioner: definition och egenskaper av TRIG/arcTRIG med TRIG = sin, cos, tan, cot • derivata bevis för sin(x) • derivata för cos(x) med implicit derivata • derivata av arcTRIG(x) med implicit derivata	L3 **Approximationer med polynom och potenser** • exempel av linjer approximation - fel analys - kan man göra bättre? • Ja: Taylor utveckling • att approximera funktioner med polynomer • återkoppling till gränsvärden (Taylor, L'Hopital) • numerisk lösning av ekvationer (Newton-Raphson)

W5	W6 RI Tilämpningar + repetition av gammalt	W7 ODE och komplexa tal + repetition av gammalt	W8 sammanfattning
L1 analysera grafer • at rita och analysera grafer med hjälp av derivata • speciella punkter (KP, RP, SP) • optimerings kriterier (f'=0, f''>0 eller f''<0) • från graf till derivata • från derivata till grafen **RÖ1 approximationer** • Kring ändligt x, oändligt x, återkoppling till gränsvärdena, återkoppling till L'Hopital **L2 Viktiga "derivata" ämne** • är en funktion som är kontinuerlig i a deriverbar i a? • är en funktion som är deriverbar i a kontinuerlig i a? • måste en funktion som är kontinuerlig i a vara kontinuerlig i ett litet intervall kring a? • måste en funktion som är kontinuerlig i a vara deriverbar i ett litet intervall kring a? • kan det finnas en funktion som är bara kontinuerlig i en punkt? • Kan det finnas en funktion som är kontinuerlig överallt men inte deriverbar? • Kan det finnas en funktion som är definierat för alla R men inte kontinuerlig någonstans? • Stora O notationen • Taylor och återkoppling till L'Hopital • Derivata tillämpningar till mätningar av - hastigheten - accelerationen - gravitations konstanten - interpolation: approximera funktion om $f(x_i)$ är känd för några punkter, tex. för i=1,2,3 men inte derivata; gäller analys principer då? • procent ändringar, "känslighets analys" **RÖ2 rita grafer** • Asymptoter (H, V, sned), kritiska punkter, singulära punkter, extrema värden, f''(x) test, etc **L3 Riemann integral** • primitiv funktion • bestämda integraler: definition som ytan under grafen • analysens huvudsats: relation mellan integral och primitiv funktion	**L1 tekniker att hitta primitiva funktioner** - gissa - partiell integration (om man kan gissa en del av integralen) **RÖ1 integrations tekniker** • partiellintegration • enkel variabel substitution **L2 numerisk integration** - trapezregel - Simpson regel - kvadratur - felgränsanalys - feluppskattning: vad betyder O(h) eller O(h^2)? **RÖ2 integrations tekniker** • ∫ P/Q • enkel variabel substitution **L3 Tillämpningar av integraler: linjens längd, volymer** • Ytan - Principer: hur räknar man *dS*? Dela i små ytor och integrera; lära sig förkasta oviktiga termer, hur vi vet att vi kan byta $f(x+dx)dh$ mot $f(x)dh$; hur man använder "receptet" - Exempel: cylinder, kon • Volym - Principer: hur räknar man *dV*? - Exempel: cylinder volym • Längd av en kurva - Principer: hur räknar man *dl*? - Exempel: en kvart av en cirkel med radie r • Centrum av massan: själv läsning	**L1 bestäm lösningen till enkla differentiella ekvationer med randvillkor,** tex. • y'(x)+a y=b • y'(x)+a(x)y=0 **RÖ1 Övnings tenta: 2x45 minuter (Tisdag den 16:e, 8:00-10:00, ES51, ES52)** Vi tränar för den riktiga tentan. Liknande problem, med det enda skillnaden att här man kan fråga sin granne för hjälp eller läraren, plus att man kan ha allt man vil ha. **L2 komplexa tal** • grunder: - definition: z=x+iy - varför behöver vi komplexa tal? Applikationer… • tekniker - konjugat: z* - $\lvert z\rvert^2 = z\,z^*$ - Produkt av komplexa tal: $z_1 z_2$ - Kvot av komplexa tal: z_1/z_2 - polär form av komplexa tal: $z = re^{iv}$ **RÖ2 diverse övningar** • Enkla diff ekvationer • Integraler med substitution • centrum av massan • enkla volymer • enkla längder av kurvor **L3 differentiella ekvationer och komplexa tal** • y'(x)+p(x)y=q(x) med Metod II i ADAMS • komplexa tal: hitta högre rötter, hitta andra roten, omvandla mellan x+iy och den polära formen $(4-3i)z^2 - 25z + 31 - 17i = 0$ $z^2 - 2\sqrt{2}iz - 2\sqrt{3}i = 0$ $z^2 - (3+2i)z + 5 + i = 0$	**L1 bestäm lösningen till enkla differentiella ekvationer med randvillkor och komplexa tal och sammanfattning** $y'' - 2y' + 10y = 0$ - sammantagning - återkoppling till lärandemål