Datorövning 2 - Mer om ytor

avsnitt 1.1–1.5 i 'Flervariabelanalys och Matlab'

Som ett första mål för denna andra datorövning tycker jag ni alla skall försöka hinna med uppgift 1-4 nedan. Om och när ni känner er klara med dessa uppgifter så föreslår jag att ni ger i kast med uppgift 5 & 6 nedan. Om ni (på skärmen inför handledare) redovisar lösningar till alla uppgifter nedan (inklusive uppgift 5 & 6) så erhåller ni ett s.k. kryss att addera till övriga kryss ni erhåller genom de sk. kryssuppgifterna (redovisade i Vecko-PM).

Information om genomförande och krav, vad det gäller datorövningarna, finns i PM för Datorövning 1 och på kurshemsidan.

Uppgifter att göra i första hand

Uppgift 1: (se avsnitt 1.4 i kompendiet 'Flervariabelanalys och Matlab')

Använd kommandot `isosurface` för att plotta följande andragradsytor på lämpligt område. Vilken typ av yta beskriver respektive ekvation ?

(a) $x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 36$ (se uppgift 10.5.1 i Adams)

(b) $x^2 + 2y^2 - z = 0$ (se uppgift 10.5.5 i Adams)

(c) $x^2 - y^2 - z^2 = 4$ (se uppgift 10.5.7 i Adams)

(d) $x^2 - 4z^2 = 4$ (se uppgift 10.5.11 i Adams)

Uppgift 2: (se avsnitt 1.4 & 1.5 i kompendiet 'Flervariabelanalys och Matlab')

Lösningsmängden till följande system av ekvationer beskriver kurvor i rummet (snitt av två ytor). Plotta de ytor som respresenteras av respektive ekvation, i samma figur, och försök avgör vad snittet är för typ av kurva. Försök även bestämma en parametrisering av (en bit av) snittkurvan och plotta den i samma figur (använd `alpha` för att tona ner ytorna så att kurvan framträder tydligare).

(a) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ z = x + y \end{cases}$ (se uppgift 11.3.7 i Adams)

(b) $\begin{cases} z^2 = x^2 + y^2 \\ z = 1 + x \end{cases}$ (se uppgift 10.5.19 i Adams)

(c) $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$ (se uppgift 10.5.17 i Adams)

Uppgift 3: (se avsnitt 1.3 i kompendiet 'Flervariabelanalys och MATLAB')

Använd kommandot `slice` för att illustrera följande funktioner av tre variabler utefter de angivna planen. Förklara varför "skivorna" är färgade som dom är.

(a) $f_1(x,y,z) = x^2 + z^2$, utefter planen: $x = 0, x = 1, x = 2, y = 0, y = 1, z = 0$

(b) $f_2(x,y,z) = x + y + z$, utefter planen: $x = -2, x = 0, x = 2, z = -2$

(c) $f_3(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, utefter planen: $x = -3, x = 0, x = 3$

Uppgift 4: (se avsnitt 1.1 i kompendiet 'Flervariabelanalys och MATLAB')

(a) Plotta funktionsytan $z = \sin(xy)$, för $-2 \leq x \leq 2, -2 \leq y \leq 2$, och låt färgen på ytan ange hur "brant" ytan är (dvs. värdet på $|grad(f(x,y)|)$ i respektive punkt.

(b) Ladda upp en bild (i jpg, png eller annat bildformat) och placera den i ditt MATLAB-bibliotek. Plotta sedan samma funktionsyta som i deluppgift (a) och lägg bilden som textur på ytan.

Uppgifter för den flitige

Uppgift 5: Låt $f(x,y,z) = (x + z\cos y)(y + \sin xz)$.

(a) Plotta i samma figur nivåytorna $f(x,y,z) = C$, för $C = 2, 3, 4, 5$, på området $-4 \leq x \leq 2, -4 \leq y \leq 2, -4 \leq z \leq 2$.

(b) Plotta enbart nivåytan $f(x,y,z) = 2$ med ett antal normalvektorer på ytan.

(c) Använd färg för att illustrera funktionsvärdena $f(x,y,z)$ utefter ytan $z = y - x^2$.

Uppgift 6: Generera först ett nät, dvs matriser `X` och `Y`, med $-3 \leq x \leq 3, -3 \leq y \leq 3$, där origo inte ingår. Undersök sedan funktionerna i (a)-(e) nedan genom att plotta respektive funktionsyta. Försök avgöra om funktionerna har gränsvärden då $(x,y) \to (0,0)$. Pröva gärna att zooma och/eller förfina meshnätet (tänk dock på att om du ändrar `X` och `Y` så måste du beräkna `Z` på nytt). Plotta även nivåkurvor till funktionerna. Hur ser nivåkurvorna ut i de fall där gränsvärde existerar, respektive inte existerar. Finner du något mönster som skulle indikera att gränsvärde inte existerar? Verifiera sedan dina antaganden genom kalkyler på papper.

(a) $f_1(x,y) = xy$

(b) $f_2(x,y) = \dfrac{\sin(x^2+y^2)}{x^2+y^2}$

(c) $f_3(x,y) = \dfrac{xy}{x^2+y^2}$

(d) $f_4(x,y) = \dfrac{xy^2}{x^4+y^2}$

(e) $f_5(x,y) = \dfrac{x^3}{x^2-y}$