MVE085 Flervariabelanalys V2, läsåret 2012/13
Vecko–PM läsvecka 3

Calculus: 13.2, 13.3

Avsnitt 13.1 handlade i huvudsak om hur man hittar *lokala extrempunkter* (max/min). Väsentligen studerade vi då de partiella första-derivatorna för att bestämma ev. stationära punkter och sedan kunde vi m.h.a. andra-derivatorna ta reda på dess karaktär (dvs. om de var lokala max, min eller sadelpunkter). I avsnitt 13.2 och 13.3 skall vi gå vidare och se på hur man kan hitta ev. *globala extrempunkter* dvs. det största och minsta värde som en funktion antar på ett givet område Ω. Sådana extremvärden behöver inte alltid existera men från Sats 13.1.2 vet vi att ett största och minsta värde alltid går att finna om området Ω är kompakt (dvs. slutet och begränsat). I sådana fall antar funktionen sitt största/minsta värde antingen i det inre av området eller på randen av området. Typiska kandidater på extrempunkter i det inre av området är de stationära punkterna, vilket vi redan tränat oss på att ta fram i avsnitt 13.1. Det nya, och ibland lite svårare problemet, är att bestämma extremvärdena på randen. Området kan begränsas av flera olika randbitar som var och en beskrivs en någon ekvation. Vi behöver alltså kunna bestämma största och minsta värde av en funktion (en s.k. målfunktion) under något bivillkor. För detta finns lite olika tekniker/metoder. Ibland kan man lösa ut en variabel (eller uttryck) ur bivillkoret och ersätta motsvarande uttryck i målfunktionen och ibland kan man parametrisera randen och ersätta variablerna i målfunktionen med motsvarande parametruttryck. I båda fallen (som studeras i avsnitt 13.2) kommer målfunktionen att bero på en variabel mindre och problemet reduceras till ett extremvärdesproblem av den typ vi studerade i avsnitt 13.1. Ett annat alternativ är att använda Lagrange multiplikatormetod som introduceras i avsnitt 13.3. Problemet med att maximera/minimera funktioner under ett (eller flera) bivillkor omformuleras då till ett problem som innebär att man behöver lösa ett icke-linjärt ekvationssystem. Metoden har bl.a. fördelen att den lätt kan implementeras på en dator, som inte har några större problem med att numeriskt lösa sådana system. För hand kan det dock ofta vara svårt att lösa ickelinjära ekvationssytem exakt, men detta skall ställas mot svårigheterna med att parametrisera kurvor och ytor eller annan finurlig insikt som de övriga metoderna ibland kräver.

Calculus: 13.6

Avsnittet handlar om Newtons metod för att lösa icke-linjära ekvationssystem. Motsvarande metod i en variabel torde vara bekant för alla och generaliseringen till flera variabler har stora likheter. Metoden finns även beskriven i avsnitt 2.1 i kompendiet Flervariabelanalys och Matlab och examineras endast genom aktivt deltagande på motsvarande datorövning.

Calculus: 12.8

Detta avsnitt handlar om implicit definierade funktioner och hur man kan bestämma derivatorna till sådana funktioner. Innehållet i avsnittet är nyttig kunskap för alla men examineras endast för överbetyg.

Några tillbakablickar på läsvecka 1 & 2

Stor del av veckans föreläsningar kommer även att ägnas åt tillbakablickar och i viss mån repetition av tidigare genomgångna avsnitt. Även lite teori och svårare exempel som utelämnats vid första genomgången kommer att tas upp.

Rekommenderade uppgifter

Avsnitt	Godkäntnivå		Överbetygsnivå
	Instuderingsuppgifter	Träningsuppgifter	
13.2	1, 7	3, 5	11
13.3	1, 2, 3, 9	5	7, 11, 13, 22, 23, 27
12.8			3, 15, 16

Veckans kryssuppgifter: 13.1.5, 13.2.5, 13.3.7, 13.3.11

Lärmål:

För att bli godkänd på kursen skall du kunna:

Adams	Mål
13.2 13.3	tillämpa sats 13.1.1 och sats 13.1.2 för att bestämma största och minsta värde på kompakt mängd för $f(x, y)$, då det är relativt enkelt att bestämma kritiska punkter samt största/minsta värde på randen.
13.3	bestämma extremvärden för $f(x, y)$, eller $f(x, y, z)$ under bivillkor $g(x, y) = 0$, eller $g(x, y, z) = 0$, med Lagranges multiplikatormetod då den leder till relativt enkelt ekvationssystem.

För överbetyg skall du också kunna:

Adams	Mål
13.2 13.3	lösa problem enligt godkäntmålen där ekvationssystemen inte är lika enkla, eller dimensionen > 2, eller flera bivillkor.
13.3	motivera Lagranges multiplikatormetod
12.8	visa att en ekvation eller ett system av ekvationer lokalt definierar en funktion implicit samt beräkna funktionens partiella derivator.
12.8	känna till sambandet mellan Jacobideterminanten till en transformation och Jacobideterminanten till inversen (sid. 733).