

Sågfunktionen och dess Fourierserie

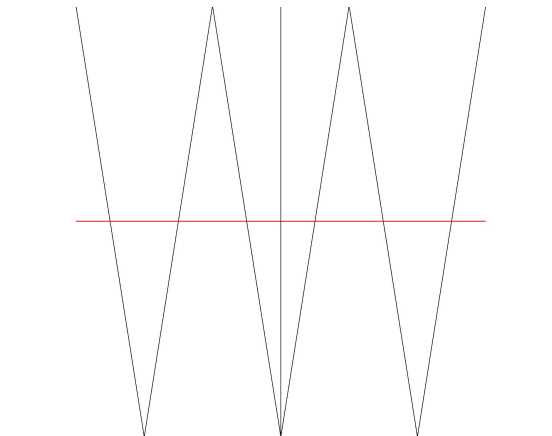


Figure: Funktionen $f(t) = |t|$ med period $(-2, 2)$. Den röda linjen är $F_0(t) = 1$.

Sågfunktionen och dess Fourierserie

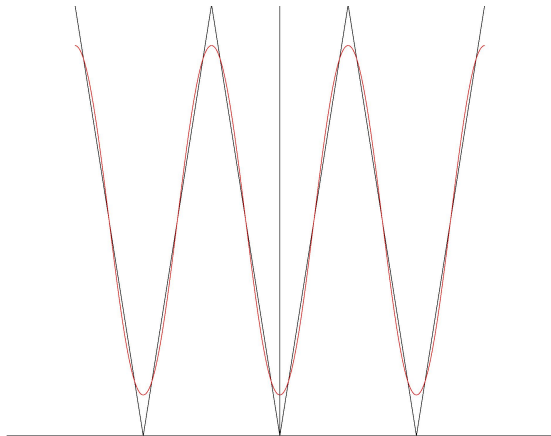


Figure: Funktionen $f(t) = |t|$ med period $(-2, 2)$. Den röda funktionen är $F_1(t) = 1 - \frac{8}{\pi^2} \cos(\pi t/2)$.

Sågfunktionen och dess Fourierserie

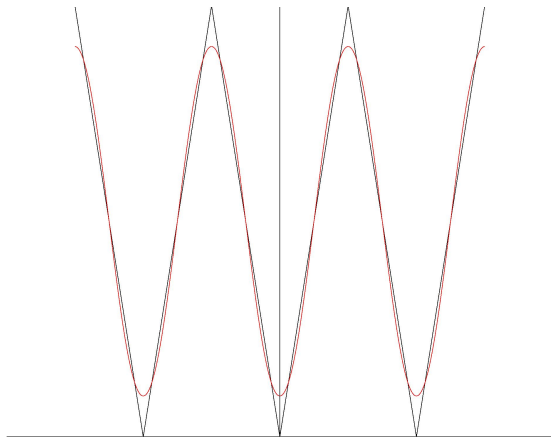


Figure: Funktionen $f(t) = |t|$ med period $(-2, 2)$. Den röda funktionen är $F_2(t) = 1 - \frac{8}{\pi^2} \cos(\pi t/2) + 0$.

Sågfunktionen och dess Fourierserie

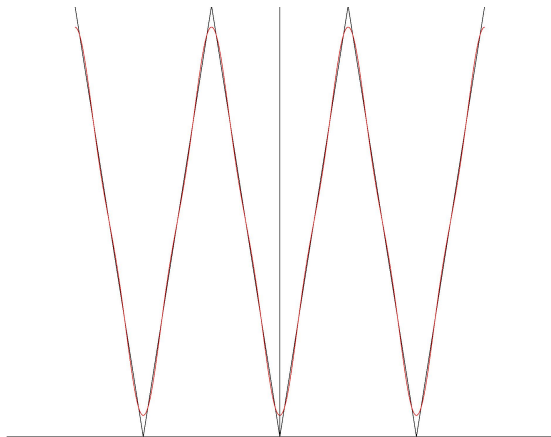


Figure: Funktionen $f(t) = |t|$ med period $(-2, 2)$. Den röda funktionen är $F_3(t) = 1 - \frac{8}{\pi^2} \cos(\pi t/2) - \frac{8}{9\pi^2} \cos(3\pi t/2)$.

Sågfunktionen och dess Fourierserie

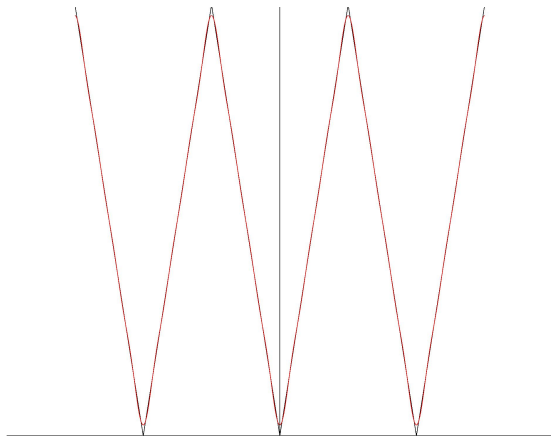


Figure: Funktionen $f(t) = |t|$ med period $(-2, 2)$. Den röda funktionen är $F_7(t) = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{k=1}^7 \frac{\cos(k\pi t/2)}{k^2}$

Sågfunktionen och dess Fourierserie

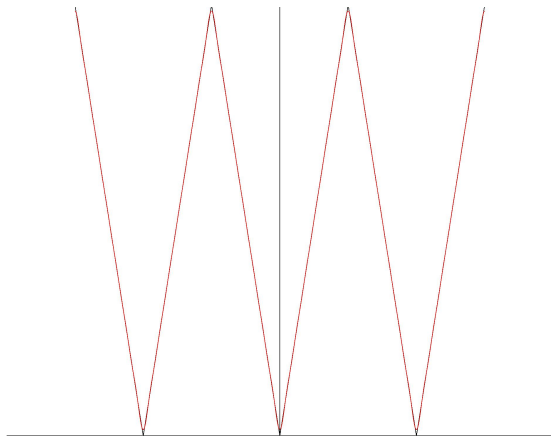


Figure: Funktionen $f(t) = |t|$ med period $(-2, 2)$. Den röda funktionen är $F_{13}(t) = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{k=1}^{13} \frac{\cos(k\pi t/2)}{k^2}$

Sågfunktionen och dess Fourierserie

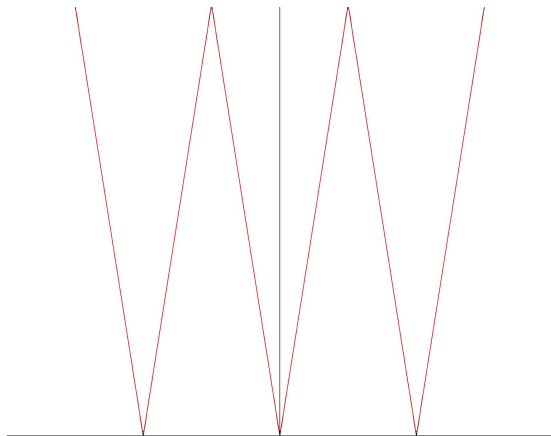


Figure: Funktionen $f(t) = |t|$ med period $(-2, 2)$. Den röda funktionen är $F_{19}(t) = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{k=1}^{19} \frac{\cos(k\pi t/2)}{k^2}$

Felet för sågfunktionen och dess Fourierserieapproximation

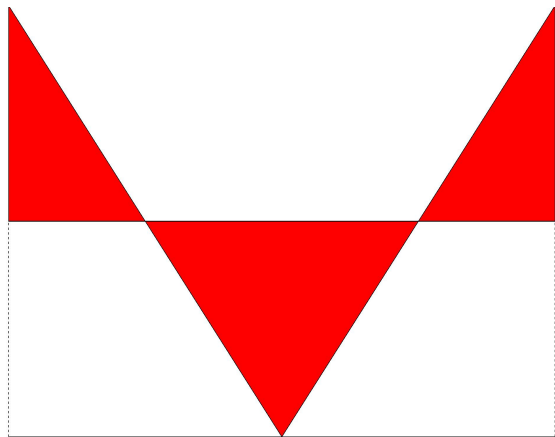


Figure: Den röda arean motsvarar felet $\int_{-2}^2 |f(t) - F_0(t)|^2 dt$.

Felet för sågfunktionen och dess Fourierserieapproximation

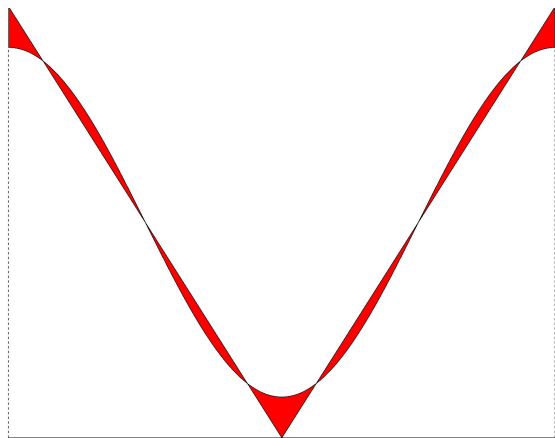


Figure: Den röda arean motsvarar felet $\int_{-2}^2 |f(t) - F_1(t)|^2 dt$.

Felet för sågfunktionen och dess Fourierserieapproximation

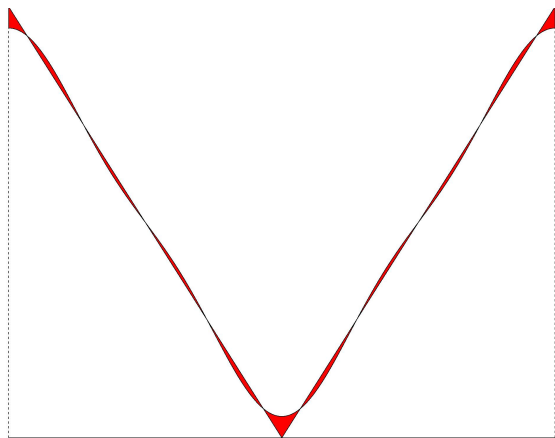


Figure: Den röda arean motsvarar felet $\int_{-2}^2 |f(t) - F_3(t)|^2 dt$.

Felet för sågfunktionen och dess Fourierserieapproximation

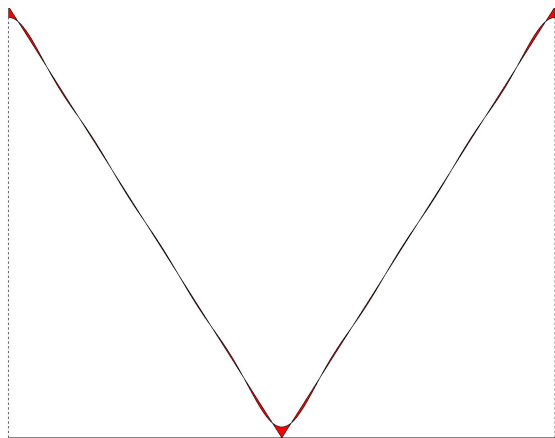


Figure: Den röda arean motsvarar felet $\int_{-2}^2 |f(t) - F_7(t)|^2 dt$.

Felet för sågfunktionen och dess Fourierserieapproximation

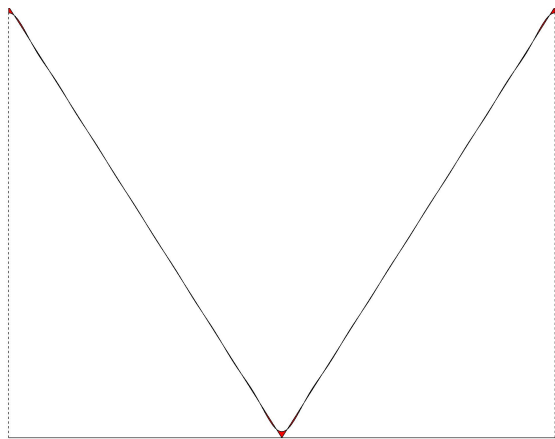


Figure: Den röda arean motsvarar felet $\int_{-2}^2 |f(t) - F_{13}(t)|^2 dt$.

Felet för sågfunktionen och dess Fourierserieapproximation

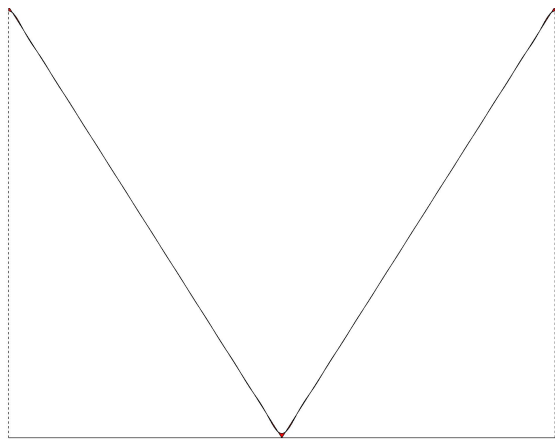


Figure: Den röda arean motsvarar felet $\int_{-2}^2 |f(t) - F_{19}(t)|^2 dt$.

Bonusräkning

Kom ihåg:

$$S_N(t) = \sum_{k=-N}^N \tilde{c}_k e^{jk\omega_0 t}$$

från föreläsningen. Kom även ihåg att

$$\int_T e^{jk\omega_0 t} e^{-jl\omega_0 t} dt = \begin{cases} 0 & \text{om } k \neq l \\ T & \text{om } k = l. \end{cases}$$

Vi får då

$$\begin{aligned}\int_T |S_N(t)|^2 dt &= \int_T S_N(t) \overline{S_N(t)} dt \\ &= \int_T \sum_{k=-N}^N \tilde{c}_k e^{jk\omega_0 t} \sum_{l=-N}^N \overline{\tilde{c}_l} e^{-jl\omega_0 t} dt \\ &= \sum_{k=-N}^N \sum_{l=-N}^N \tilde{c}_k \overline{\tilde{c}_l} \int_T e^{jk\omega_0 t} e^{-jl\omega_0 t} dt \\ &= \sum_{k=-N}^N \tilde{c}_k \overline{\tilde{c}_k} \int_T dt = T \sum_{k=-N}^N |\tilde{c}_k|^2\end{aligned}$$

Fourierserie för en stegfunktion

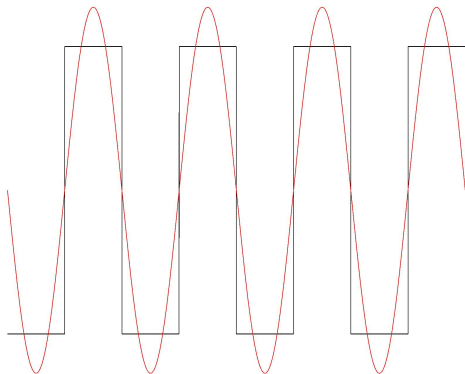


Figure: Stegfunktion och approximationen $F_1(t)$.

Fourierserie för en stegfunktion

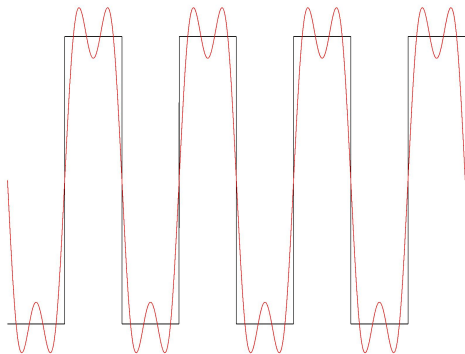


Figure: Stegfunktion och approximationen $F_3(t)$.

Fourierserie för en stegfunktion

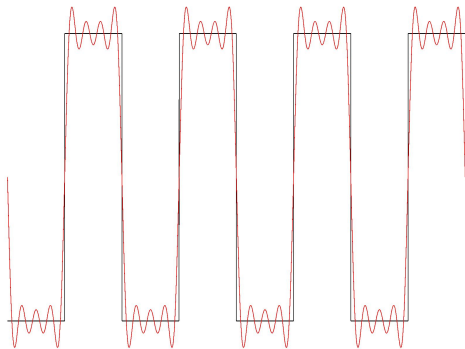


Figure: Stegfunktion och approximationen $F_7(t)$.

Fourierserie för en stegfunktion

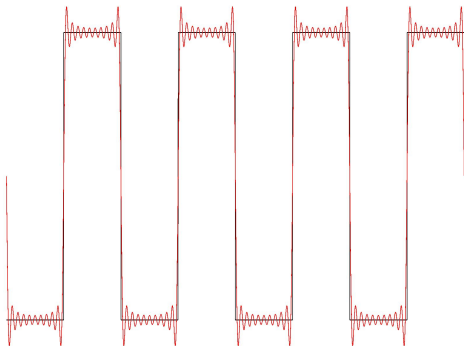


Figure: Stegfunktion och approximationen $F_{19}(t)$.

Fourierserie för en stegfunktion

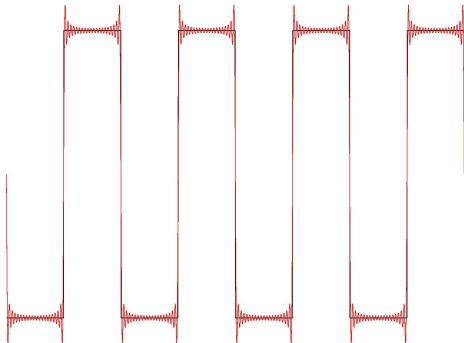


Figure: Stegfunktion och approximationen $F_{39}(t)$.

Fourierserie för en stegfunktion

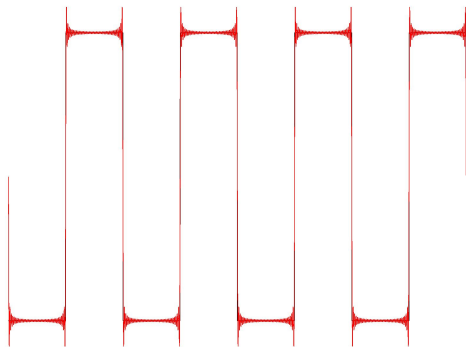


Figure: Stegfunktion och approximationen $F_{79}(t)$. Ripplet på sidorna av sprången hänger kvar. Detta kallas för Gibbs fenomen.