

Testuppgifter LV 4

U 1. Hitta max och min för följande funktioner under givna bivillkor med hjälp av Lagranges multiplikatorometod:

a) $f(x, y) = \sin x$ under $x + y = 1$,

b) $f(x, y) = \frac{x^3}{3} + \frac{y^3}{3} + 2xy$ under $x^2 + y^2 = 1$.

U 2. Härled den svaga formen för $-u'' = f$ på $(0, 1)$ med randvillkor $u(0) = 1, u'(1) = 1$.

U 3. Dela upp $(0, 1)$ i $x_0 = 0, x_1 = 1/2, x_2 = 1$. Rita upp intervallet och de tre hattfunktioner som denna uppdelning medför.

U 4. Skriv upp uttryck för varje hattfunktion i föregående uppgift, d.v.s. $\phi_i(x) = \dots$

U 5. Approximera u i Uppgift 2 som en styckvis linjär funktion på intervalluppdelningen i föregående uppgifter. Skriv ut U som en summa av de tre hattfunktionerna multiplicerade med koefficienter U_i . Eftersom $u(0) = 1$ sätter vi $U_0 = 1$. Sätt sedan in detta U i den svaga formuleringen med $v = \phi_j$. Låt $f(x) = 1$.

U 6. FEM-formuleringen som togs fram i föregående uppgifter resulterar i 2 ekvationer eftersom $v(0) = 0$. Räkna nu ut alla integraler och sätt upp de två ekvationerna. Skriv sedan dessa på matrisform och lös slutligen ut U_1 och U_2 och skissa den approximativa lösningen U .