MATEMATISKA VETENSKAPER
Chalmers tekniska högskola
Examinator: Gustav Kettil/Stig Larsson (0733 409006)
Telefonvakt: Barbara Schnitzer (031 772 5325)

MVE255 2018
2018 övningstentamen
Hjälpmedel: inga, inte ens räknedosa

MVE255 Analys i flera variabler M

Övningstentamen

Tentamen består av 10 st uppgifter vardera värda 3p och 4 st uppgifter vardera värda 5p, vilka tillsammans ger maximalt 50p. Till detta läggs de bonuspoäng (maximalt 6p) som tjänats ihop genom duggor. Betygsgränser är 20p (betyg 3), 30p (betyg 4) och 40p (betyg 5) för det sammanlagda resultatet.

Till de första tio uppgifterna (3p-uppgifter) skall endast svar ges. Svar måste anges i rätt ruta på den bifogade svarsblanketten. Lämna ej in lösningar eller kladdpapper till dessa uppgifter!

Till de sista fyra uppgifterna (5p-uppgifter) skall utförliga, tydliga och välskrivna lösningar ges. Renskriv dina lösningar, lämna ej in kladdpapper! Poängavdrag ges för dåligt motiverade, svårtolkade eller svårläsliga lösningar.

Lösningar publiceras på kurshemsidan efter tentamens slut. Granskning kommer att ske vid ett tillfälle som annonseras på kurshemsidan.

Lycka till!

`/stig`

[Denna sida ska vara blank.]

MATEMATISKA VETENSKAPER
Chalmers tekniska högskola
Examinator: Gustav Kettil/Stig Larsson (0733 409006)
Telefonvakt: Barbara Schnitzer (031 772 5325)

MVE255 2018
2018 övningstentamen
Hjälpmedel: inga, inte ens räknedosa

MVE255 Analys i flera variabler M

Tentamensuppgifter

---

1. Beskriv hur man plottar ytan $z = x^2 + y^2$, $(x, y) \in [-1, 1] \times [-1, 1]$ i MATLAB. (3p)

2. Vad blir variabeln `A` efter kommandona (3p)

```
>> x=[1;2;3]; f=@(x)(x(1)*x(2)*x(3)); Df=@(x)jacobi(f,x)'; A=jacobi(Df,x);
```

med MATLAB-programmet `jacobi.m` från datorövningarna.

3. Skriv ned newtons metod som en MATLAB-funktion. Det får antas att funktionen `jacobi.m` finns. (3p)

4. PDE Toolbox har randvärdesproblem av typen "Generic scalar problem": (3p)

$$\begin{cases} -\nabla \cdot (c\nabla u) + au = f & \text{i } D, \\ n \cdot (c\nabla u) + qu = g & \text{på } S_2 \text{ (Neumann)}, \\ hu = r & \text{på } S_1 \text{ (Dirichlet)}. \end{cases}$$

Vad ska man fylla i för värden på c, a, f, q, g, h, r för ett värmeledningsproblem med inre värmekälla $= 7$ $\mathtt{J/(m^3\,s)}$, värmeledningskoefficient $= 13$ $\mathtt{[J/(m\,s\,K)]}$ i kvadraten $D = [0, L] \times [0, L]$. Randen $x = 0$ är isolerad med koefficient 11 $\mathtt{J/(m^2\,s\,K)}$ och resten av randen har ingen isolering alls. Inga värmekällor på randen, yttre temperatur $= 6$ $\mathtt{K}$. Vilka delar av randen är S_1 respektive S_2?

5. Beräkna integralen (3p)

$$\iint_R e^{x/y}\, dA,$$

där R är området som begränsas av positiva y-axeln, linjen $y = 1$ och kurvan $y = \sqrt{x}$.

6. Beräkna $\nabla \times (\nabla\phi)$. Obs: vektorer ska skrivas med fetstil i svaret. (3p)

7. Bestäm Taylors polynom av grad 2 kring punkten $(0, 0)$ för funktionen $f(x, y) = e^{3y-x}$. (3p)

8. Beräkna gradienten av funktionen $f(x, y, z) = x^3y + 4zy^2$ i punkten $(1, 2, 3)$. (3p)

9. Bestäm arbetet som uträttas av kraftfältet $\mathbf{F} = xy\mathbf{i} + x^2\mathbf{j} + y^2\mathbf{k}$ på en partikel som rör sig längs kurvan $C\colon \mathbf{r}(t) = 3t\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + \ln(t)\mathbf{k}$, $t \in [0, 1]$. (3p)

10. Bestäm tangentlinjen till kurvan $C\colon \mathbf{r}(t) = 3t\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + \ln(t)\mathbf{k}$ i punkten $(3, 1, 0)$. Tangentlinjen ska anges på parameterform. (3p)

11. Härled ytelementet för en graf $z = f(x, y)$. (5p)

12. Vi vill minimera funktionen $f(x, y, z) = x^2y^4 + z^2$ över sfären $x^2 + y^2 + z^2 = 4$. (5p)

(a) Formulera Lagranges multiplikatormetod för detta problem. Du behöver bara ställa upp ekvationerna, men inte lösa dem.

(b) Skriv ned hur man gör detta i MATLAB med våra program `jacobi.m` och `newton.m`.

13. Härled den svaga formuleringen av randvärdesproblemet (5p)

$$\begin{cases} -\nabla \cdot (a\nabla u) = f & \text{i } D, \\ a\mathrm{D}_{\hat{\mathbf{N}}}u + k(u - u_{\mathrm{A}}) = g & \text{på } S. \end{cases}$$

14. Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{F}(x, y, z) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$ ut ur området $D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \le z,\ 0 \le z \le H\}$ (med höjden H) utan att använda divergenssatsen. (Obs att ytan består av två delar, en buktig del och ett platt ”lock”.) (5p)

Uppgifterna är plockade från tentor från 2017 och 2016. Lösningar kan hittas där. `/stig`

MATEMATISKA VETENSKAPER
Chalmers tekniska högskola
Examinator: Gustav Kettil/Stig Larsson (0733 409006)
Telefonvakt: Barbara Schnitzer (031 772 5325)

MVE255 2018
2018 övningstentamen
Hjälpmedel: inga, inte ens räknedosa

MVE255 Analys i flera variabler M

Svar till tentamensuppgifter 1–10

Tentamenskod: ....

Uppgift	Svar	Poäng
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		