MVE255 Analys i flera variabler M

VECKOPM 4

Det huvudsakliga temat för vecka 4 är finita elementmetoden i 1-D, se FEM1.

Rekommenderade uppgifter.

Avsnitt	Demo	Räkna själv
13.3	3, 5	1, 2, 4, 7, 9
FEM1.	3, 8	1, 2, 4, 5, 6, 7

Datorövningar.

Mål. Att lära hur man löser extremvärdesproblem med Newtons metod i Matlab.

Litteratur. Adams 13.1–4.

Instruktioner. Låt $f : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}$ vara en funktion av n variabler. Uppgiften är att undersöka och klassificera funktionens kritiska punkter med följande metod.

(1) Gör en konturplot eller annan plot för att få en grov uppfattning om var de kritiska punkterna är. (Om det går att plotta.) Tips: `contour`, `surfc`, `slice`.

(2) De kritiska punkterna ges av ekvationssystemet
$$f'(x)^T = 0$$
Skriv en Matlab-funktion som beräknar funktionen $y = f'(x)^T$ numeriskt med hjälp av ditt program `jacobi.m` från Vecka 2. Obs att transponeringen omvandlar radmatrisen $f'(x)$ till en kolonnmatris $f'(x)^T$. Detta är ju nödvändigt att skriva ekvationssystemet på kolonnform för att `newton.m` ska fungera.

(3) Lös ekvationssystemet med ditt Matlab-program `newton.m` från Vecka 2. Använd informationen från plotten i punkt 1 ovan för att välja startpunkter.

(4) Klassificera varje kritisk punkt genom att beräkna egenvärdena till Hesse-matrisen med Matlab-programmet `eig`. Kom ihåg att Hesse-matrisen är Jacobi-matrisen till $f'(x)^T$ och den kan därför enkelt beräknas med ditt program `jacobi.m` från Vecka 2.

Uppgift 1.
$$f(x) = (x_1^2 + x_1x_2 + 5x_2^2 + x_1 - x_2)e^{-(x_1^2+x_2^2)}$$

Uppgift 2.
$$f(x_1, x_2, x_3) = \tfrac{1}{3}x_1^3 + x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 + 7x_1 + 8$$
Denna har två kritiska punkter.

Uppgift 3. Lagranges multiplikatormetod. Bestäm max och min av $f(x, y, z) = xyz$ på sfären $x^2 + y^2 + z^2 = 12$. (Adams 13.3: 9)

Facit finns i Matlab.

Date: 2018–04–13, Stig Larsson, Matematiska vetenskaper, Chalmers tekniska högskola.