

VECKOPM 8

Föreläsningarna behandlar Gauss och Stokes satser: 16.3 (bara Thm 7), 16.4 (Thm 8 och 9), 16.5 (Thm 10).

En övningstenta finns på kurshemsidan.

Dugga 3 är öppen från söndag 13 maj till söndag 20 maj, dvs läsvecka 8.

Rekommenderade uppgifter.

Avsnitt	Demo	Räkna själv
16.1	11	2, 4, 6, 8, 10
16.2	3	1, 2, 5, 8
FEM2	2	1, 3, 4

Datorövningar. Samma som förra veckan.

Mål. Att lära hur man löser randvärdesproblem i två variabler med finita elementmetoden med MATLABS PDE Toolbox.

Litteratur. [FEM2](#) och [P. Möller:Handledning till PDEToolbox](#).

Inledning. Starta användargränssnittet för PDE Toolbox med kommandot

```
>> pdetool
```

Vi ska lösa randvärdesproblem av typen “Generic scalar problem” vilket är normalt redan inställt i menyn. Det vill säga randvärdesproblem av typen

$$\begin{cases} -\nabla \cdot (c\nabla u) + au = f & \text{i } D, \\ n \cdot (c\nabla u) + qu = g & \text{på } S_2 \text{ (Neumann)}, \\ hu = r & \text{på } S_1 \text{ (Dirichlet)}. \end{cases}$$

Här har jag använt beteckningar enligt PDE Toolbox. Man måste kunna översätta från beteckningar i föreläsningssanteckningarna FEM2:

$$\begin{cases} -\nabla \cdot (a\nabla u) + cu = f & \text{i } D, \\ \hat{\mathbf{N}} \cdot (a\nabla u) + k(u - u_A) = g & \text{på } S_2 \text{ (Neumann/Robin)}, \\ u = u_A & \text{på } S_1 \text{ (Dirichlet)}, \end{cases}$$

där $\hat{\mathbf{N}} \cdot (a\nabla u) = a\hat{\mathbf{N}} \cdot \nabla u = aD_{\hat{\mathbf{N}}}u$. Speciellt ser vi att $q \leftarrow k$, $g \leftarrow g + ku_A$.

Uppgift. Lös värmeledningsproblemet i området D som består av kvadraten $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$ minus kvadraten $0.5 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 0.5$. Inga inre värmekällor, värmeledningskoefficient =1, temperaturen $u = 1$ för $y = 0$ och $u = 0$ för $x = 1$, övriga ränder perfekt isolerade. Plotta flödestätheten och se hur värmen flödar runt hörnet från den varma sidan till den kalla.

Tips. Välj “Options: Grid och Snap” så blir det lättare att göra ett område med exakta mått. Rita de två kvadraterna och subtrahera. Gå till “Boundary: Boundary mode”, klicka på varje sida och “Boundary: Specify boundary condition”. Gå till “PDE: PDE specification”. “Plot: Parameters, Arrows” `-c*grad(u)`. “Solve: Parameters, Adaptive mode”.

Variant: använd variabel värmeledningskoefficient, till exempel, $c(x, y) = 1 + x$.