

## VECKOPM 7

Vecka 7 ägnas åt randvärdesproblem och finita elementmetoden i flera variabler, kapitel 6.

Föreläsare: Per Ljung. (Stig reser på konferens.)

Dugga 3 kommer att vara öppen från söndag till söndag i läsvecka 7.

**Rekommenderade uppgifter:** Alla i kapitel 6.

**Datorövningar.**

**Mål.** Att lära hur man löser randvärdesproblem i två variabler med finita elementmetoden med MATLABS PDE Toolbox.

**Litteratur.** Kapitel 6 och [P. Möller:Handledning till PDEToolbox](#).

**Inledning.** Starta användargränssnittet för PDE Toolbox med kommandot

```
>> pdetool
```

Vi ska lösa randvärdesproblem av typen “Generic scalar problem” vilket är normalt redan inställt i menyn. Det vill säga randvärdesproblem av typen

$$\begin{cases} -\nabla \cdot (c\nabla u) + au = f & \text{i } D, \\ n \cdot (c\nabla u) + qu = g & \text{på } S_2 \text{ (Neumann),} \\ hu = r & \text{på } S_1 \text{ (Dirichlet).} \end{cases}$$

Här har jag använt beteckningar enligt PDE Toolbox. Man måste kunna översätta från beteckningar i föreläsningssanteckningarna FEM2:

$$\begin{cases} -\nabla \cdot (a\nabla u) + cu = f & \text{i } D, \\ \hat{\mathbf{N}} \cdot (a\nabla u) + k(u - u_A) = g & \text{på } S_2 \text{ (Neumann/Robin),} \\ u = u_A & \text{på } S_1 \text{ (Dirichlet),} \end{cases}$$

där  $\hat{\mathbf{N}} \cdot (a\nabla u) = a\hat{\mathbf{N}} \cdot \nabla u = aD_{\hat{\mathbf{N}}}u$ . Speciellt ser vi att  $q \leftarrow k$ ,  $g \leftarrow g + ku_A$ .

**Uppgift.** Lös värmeledningsproblemet i området  $D$  som består av kvadraten  $0 \leq x \leq 1$ ,  $0 \leq y \leq 1$  minus kvadraten  $0.5 \leq x \leq 1$ ,  $0 \leq y \leq 0.5$ . Inga inre värmekällor, värmeledningskoefficient =1, temperaturen  $u = 1$  för  $y = 0$  och  $u = 0$  för  $x = 1$ , övriga ränder perfekt isolerade. Plotta flödestätheten och se hur värmen flödar runt hörnet från den varma sidan till den kalla.

Tips. Välj “Options: Grid och Snap” så blir det lättare att göra ett område med exakta mått. Rita de två kvadraterna och subtrahera. Gå till “Boundary: Boundary mode”, klicka på varje sida och “Boundary: Specify boundary condition”. Gå till “PDE: PDE specification”. “Plot: Parameters, Arrows” `-c*grad(u)`. “Solve: Parameters, Adaptive mode”.

Variant: använd variabel värmeledningskoefficient, till exempel,  $c(x, y) = 1 + x$ .