Flervariabelanalys I2
Vintern 2009

Exempel på tentamensuppgifter från vektoranalysen

1. Beräkna $\int_C \left(e^y, xe^y, 1\right) \cdot dr$ där *C* är kurvan längs $x^2 + y^2 = 1, \quad z = 0$ från $(-1,0,0)$ till $(1,0,0)$

2. Låt $F = (y, -x, z)$. Beräkna flödet av *F* genom ytan $z^2 = x^2 + y^2, \quad 0 \le z \le 2$, in mot *z*-axeln.

3. Bestäm konstanterna *a* och *b* så att fältet $\left(axy + y^3, x^2 + bxy^2\right)$ blir konservativt.

4. Beräkna $\int_C \left(3x^4 + 2x^2 y\right)dx - 2xy^2 dy$ där *C* är enhetscirkeln ett varv motsols.

5. Beräkna $\iint_Y \left(x^3, y^3, z^3\right) \cdot N\, dS$ där *Y* är ytan $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ och *N* är ytans enhetsnormal riktad utåt.

6. Beräkna $\int_C x\, ds$ där *C* har parameterframställningen $r = \left(2t^2, t^3\right), \quad 0 \le t \le 1$

7. Bestäm det största värde som kurvintegralen $\int_C \left(5x^2y^3 + 3y^5\right)dx + \left(5x - 3x^5 - 5x^3y^2\right)dy$ där *C* är en enkel sluten kurva genomlöpt ett varv motsols kan anta.

8. Beräkna flödet av $F = (x + y, y - x, z)$ uppåt genom $z = x^2 + y^2, \quad x^2 + y^2 \le 2$

9. Bestäm en potential *H* till fältet $F = \left(e^x \cos y + yz, xz - e^x \sin y, xy + z\right)$. *H* skall uppfylla $H(0,0,0) = 0$.
Beräkna $\int_C F \cdot dr$ då *C* är spiralen $r = (a\cos \pi t, a \sin \pi t, bt)$ från $(a,0,0)$ till $(a,0,4b)$

10. Beräkna $\int_C \left(x^2 + z^2\right)dx + y\,dy + z\,dz$ där *C* är en sluten kurva med parameterframställningen $(\cos t, \sin t, \cos 2t)$

11. Beräkna flödet av fältet $\left(yz, xz, -z^2\right)$ genom $z = \sqrt{4 - 4x^2 - y^2}, \quad 4x^2 + y^2 \le 4$. Ytan är orienterad så att ovansidan är positiv.

12. Beräkna flödet av $F = (y - x, y - z, x - y)$ ut genom ”enhetskuben”, alltså området $0 \le x, y, z \le 1$

Svar:

1. 2

2. $\frac{16\pi}{3}$

3. $a = 2, \quad b = 3$

4. $-\pi$

5. $\frac{384\pi}{5}$

6. $\frac{2846}{1215}$

7. $\frac{10\pi}{3\sqrt{3}}$

8. -2π

9. $H = e^x \cos y + xyz + \frac{z^2}{2} - 1; \qquad 8b^2$

10. 0

11. -4π

12. 0