TENTAMEN I FLERVARIABELANALYS FÖR I2, MVE270 **CHALMERS**

Fredag 18 mars 2015 kl 14.00 – 18.00

Examinator: Johan Berglind

Telefonkontakt: Olof Giselsson, ank 5325

Tillåtna hjälpmedel: typgodkänd miniräknare, bifogat formelblad.

Tentamen rättas och bedöms anonymt. Skriv tentamenskod på samtliga inlämnade papper.

Betygsgränser: 20-29p ger betyg 3, 30-39p ger betyg 4, 40p eller mer betyg 5.

Bonuspoäng för duggor i MapleTA, lp3 2016, räknas in.

Lösningar läggs ut på kursens webbsida. Där anges också tid och plats för granskning.

Till uppgift 1 – 5 krävs bara kortfattade lösningar (men enbart svar räcker inte)

1. Bestäm en ekvation för tangentplanet till ytan $\sin(2z) + yx + xy^2 = 4$ i punkten $(2,1,0)$. **(2p)**

2. Beräkna dubbelintegralen $\iint_D \sin y^2 \, dxdy$.
   Området *D* beskrivs av: $\begin{cases} x \le y \le 1 \\ 0 \le x \le 1 \end{cases}$ **(3p)**

3. Beräkna kurvintegralen $\int_\gamma 2xyz\, dx + x^2 z\, dy + x^2 y\, dz$
   γ är kurvan $(x, y, z) = (\cos t, \cos 2t, t)$, $0 \le t \le \pi$ **(3p)**

4. Bestäm, om sådana finns, största och minsta värde till funktionen $f(x, y) = (x-1)(y+1)(x-y)$ på den slutna triangeln med hörn i punkterna $(-1,-1)$, $(1,-1)$ samt $(1,1)$ **(5p)**

5. Bestäm arean av ytan $z = 9 - x^2 - y^2$, $z \ge 5$ **(5p)**

6. Låt *f* och *g* vara två positiva funktioner av två variabler, differentierbara i hela $\mathbb{R}^2$.
Låt $h = \frac{f}{g}$. Visa att i en punkt där *h* har ett lokalt maximum
gäller att gradienterna till *f* och *g* är parallella. **(5p)**

Till uppgift 7 – 10 krävs lösningar med fullständiga motiveringar.

7. Beräkna dubbelintegralen $\iint_D (x + 2y)\sin(3x - y)\, dxdy$
D är parallellogramet med hörn i
punkterna $(0,0)$, $(1,3)$, $(2,-1)$ samt $(3,2)$ **(6p)**

8. Beräkna flödet av $F = (y - 2xz, y - e^{x-z}, z^2)$ ner genom
ytan $z = x^2 + y^2 + 1$, $z \leq 5$. **(7p)**

9. Beräkna kurvintegralen $\int_C (y^3 + \cos x)dx + (e^y - x^3)dy$ där *C*
är halvcirkeln $x^2 + y^2 = 4$ i vänstra halvplanet från
punkten $(0,-2)$ till punkten $(0,2)$ **(6p)**

10. Låt a, b, vara positiva reella konstanter och θ och ω positiva udda heltal.
Bestäm, om sådana finns, största och minsta värde av
funktionen $f(x,y) = x^\theta y^\omega$ på linjen $ax + by = 1$ **(8p)**