TENTAMEN I FLERVARIABELANALYS FÖR I2, MVE270 **CHALMERS**

Tisdag 5 juni 2018 kl 8.30 – 12.30

Examinator: Johan Berglind

Telefonkontakt: Sebastian Jobjörnsson, ank 5325

Tillåtna hjälpmedel: typgodkänd miniräknare, bifogat formelblad.

Tentamen rättas och bedöms anonymt. Skriv tentamenskod på samtliga inlämnade papper.

Betygsgränser: 20-29p ger betyg 3, 30-39p ger betyg 4, 40p eller mer betyg 5.

Bonuspoäng för duggor i MapleTA, lp3 2018, räknas in.

Lösningar läggs ut på kursens webbsida. Där anges också tid och plats för granskning.

Till uppgift 1 – 6 skall enbart svar lämnas. 3 poäng per rätt svar.
Skriv in svaren i det bifogade bladet.

1. Bestäm det största och minsta värdet av funktionen $f(x,y) = xy$ på kurvan $4x^2 + y^2 = 16$

2. Beräkna flödet av fältet $F = (x^2 + y^2, y^2 - z^2, z)$ ut genom sfären $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

3. Beräkna kurvintegralen $\int_C y^3dx - x^3dy$ där C är kurvan $x^2 + y^2 = 1$ genomlöpt ett varv moturs.

4. Beräkna dubbelintegralen $\iint_D \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}dxdy$ där D är området $x^2 + y^2 \leq R^2$ och *R* är en konstant.

5. Bestäm tangenten till kurvan $2x^2 + y^4 - xy = 2$ i punkten (1,1)

6. Bestäm antalet stationära punkter till funktionen $f(x,y) = y^2 - 2y\cos x$ i området $|x| < 4$

Till uppgift 7 – 11 skall fullständiga lösningar ges

7. En funktion *u* sägs vara harmonisk om den uppfyller den partiella differentialekvationen $u''_{xx} + u''_{yy} = 0$.
   En funktion *u* sägs vara biharmonisk om $u''_{xx} + u''_{yy}$ är harmonisk.
   Antag att $u(x, y)$, med kontinuerliga partiella derivator av fjärde ordningen, är harmonisk och låt $v(x, y) = x \cdot u(x, y)$
   Avgör om $v(x, y)$ är harmonisk respektive biharmonisk. **(5p)**

8. Låt E vara pyramiden med hörn i punkterna (0,0,0), (0,1,0), (1,1,0), (1,1,1) och (0,1,1)
   Beräkna trippelintegralen $\iiint_E \sin(\pi y^3)\, dV$ **(7p)**

9. Bestäm arean av den del av ytan $z^2 = x^2 + y^2$ som ligger innanför cylindern $x^2 + y^2 = 2y$ **(6p)**

10. Beräkna kurvintegralen $\int_C ydx + zdy + xdz$ där *C* är skärningen mellan ytorna $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ och $x + y + z = 0$.
    C är positivt orienterad sedd uppifrån och *a* är en konstant. **(6p)**

11. Bestäm, om sådana finns, största och minsta värde till funktionen $f(x, y) = x^2 y(25 - 5x^2 - y^2)$ i området $x \geq 0,\ y \geq 0$ **(8p)**