

1 Tenta i komplex analys, F/ Kf och TM, MVE 025 och MVE 295

2012 10 25, 08.30-12.30

Hjälpmedel: Formelblad som delas ut av tentamensvakterna
Telefonvakt: Adam Andersson 0703-088304

1. Beräkna integralen

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{(x^2 + 1)(x^2 + 4)} dx.$$

(7p)

2. Hur många nollställen har polynomet $p(z) = z^3 + 2z^2 + z + 4$ i vänstra halvplanet? (7p)

3. Bestäm det största R så att funktionen

$$\frac{\sin z}{z^2(z^2 - 1)}$$

kan Laurentseriutvecklas i ringområdet $\{z; 0 < |z| < R\}$. Bestäm de fem första termerna i utvecklingen.

(7p)

4. Lös med hjälp av Laplacetransformering differentialekvationen

$$u'' + u' - 2u = e^t$$

för $t > 0$, med begynnelsevärden $u'(0) = 1, u(0) = 0$.

(7p)

5. Beräkna för $a > 0$ integralen

$$\int_0^{\pi} \frac{d\theta}{a + \sin^2 \theta}$$

med hjälp av residykalkyl. (Observera integrationsgränsen!) (7p)

6. Formulera och bevisa Liouvilles sats. (5p)

7. Formulera och bevisa formeln för residyn av $f = F/G$ i en punkt z_0 där $G(z_0) = 0$ men $G'(z_0) \neq 0$ (5p)

8. Visa att en Möbiusavbildning T avbildar x -axeln på sig själv om och endast om T kan skrivas

$$T(z) = \frac{az + b}{cz + d}$$

där koefficienterna a, b, c, d är reella. Visa att T avbildar övre halvplanet på sig självt om och endast om dessutom $ad - bc > 0$.

(5p)

Lycka till!,
BB