

Tentamen

MVE335 Matematik 1 för Sjöingenjörer

2017-10-26 08.30–12.30

Rond och tel: Edvin W, 0734-407926

Hjälpmedel: bifogat formelblad, chalmersgodkänd räknedosa

För betyg 3 krävs godkänt på del 1–4 på godkäntdelen (minst 5p/del) eller minst 25 poäng på hela godkäntdelen. Redan godkända delar behöver inte göras om. Bonus från introkursen får tillgodoräknas med högst en poäng per del. För betyg 4 eller 5 krävs utöver godkänt på del 1–4 dessutom 6 resp 12 poäng på överbetygsdelen. Resultatet anges i ladok som en poängsumma där del 1=1 “poäng”, del 2=2 “poäng”, del 3=4 “poäng” och del 4=8 “poäng”. T. ex. 10 “poäng” innebär godkänt på del 2 och 4.

Till samtliga uppgifter skall fullständiga lösningar redovisas. Motivera och förklara så väl du kan.

Godkäntdelen

1. (a) Förenkla $\frac{\frac{4}{a} - a}{a + 2}$ (2p)
- (b) Förenkla uttrycket $\left(\frac{2}{\sqrt{2} + 2}\right)^2 - 6$ (2p)
- (c) Lös olikheten $|5 - 2x| \geq 6$. Rita lösningsmängden på tallinjen. (2p)
- (d) Skriv om $\frac{2}{x^2 - 2x} - \frac{3}{(x - 2)(1 + x)}$ som *ett* bråk på så enkel form som möjligt. (2p)
2. (a) Lös ekvationen $3 = 1 / \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{R}\right)$ (2p)
- (b) Ekvationen $x^3 + 6x^2 + 6x - 8 = 0$ har en rot $x = -4$. Bestäm övriga rötter. (2p)
- (c) Bestäm ekvationen för den räta linjen genom punkterna (2, 3) och (1, -4). I vilken punkt skär den linjen $9x - 2y + 3 = 0$? (2p)
- (d) Bestäm radie och medelpunkt för cirkeln $x^2 + 7x + y^2 - 6y + 1 = 0$. (2p)
3. (a) Givet $\sin x = \frac{2}{3}$, $\pi/2 < x < \pi$, beräkna *exakt* $\cos x$ och $\tan x$. Svara med rottuttryck. (2p)
- (b) Lös ekvationen $2 \sin 2x + 1 = 0$. (2p)
- (c) Bestäm vinkeln mellan diagonalen i en kub och en av sidornas diagonaler som utgår från samma hörn. (2p)
- (d) Om en båt rör sig rätlinjigt med konstant hastighet och efter 2 h befinner sig i punkten (5, 2) och 3 h senare i (-7, -4), var startade båten? (2p)
4. (a) Låt $z = -9 - 7i$ och $w = 1 + 3i$. Beräkna $z - w$ och $\frac{z + w}{w}$. Svara på formen $x + iy$ och för den sistnämnda kvoten även på polär form. (3p)
- (b) Ange en reell (utan i) fjärdegradsekvation som har en komplex rot $-i\sqrt{2} + 2$ och två reella rötter 3 och -1. Svara på formen $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$. (2p)
- (c) Beräkna z^{13} om $z = -\sqrt{2} - i\sqrt{2}$. Svara på formen $x + iy$. (3p)

Överbetygsdelen

Poäng på dessa uppgifter kan inte räknas in för att nå godkänt.

5. (a) Lös ekvationen $z^3 + 1 - z^{-3} = (2 + z^{-3}) \cdot i$ (3p)
(b) Lös ekvationen $2 \cos x + \cos 2x = \cos x \cdot \cos 2x$ (3p)
6. En korda i en cirkel har ändpunkter $(-1, 3)$ och $(3, 6)$. Avståndet från kordan till cirkelns kant är 2 l.e. Bestäm cirkelns ekvation. (6p)
7. En båt befinner sig 10 M från en fyr i kustlinjen (som antas vara helt rak). Siktlinjen till fyren bildar då 30° vinkel med kustlinjen. Båtens motor har slutat fungera och den driver i strömmens riktning mot land och når kusten efter 2 h (båtens=strömmens fart och riktning är konstant). Om vi antar att strömmens fart var 3.5 knop, hur långt ifrån fyren strandade båten? Om vi antar en annan strömriktning men att motorn gick igång efter 1 h och att det då var 3 M rakt in till kusten, hur långt ifrån fyren var båten när motorn gick igång? (1 M = 1 nautiska mil = 1852 m, 1 knop = 1 M/h) (6p)

Formelblad

Trigonometriska formler

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$2 \sin x \cos y = \sin(x + y) + \sin(x - y)$$

$$2 \sin x \sin y = \cos(x - y) - \cos(x + y)$$

$$2 \cos x \cos y = \cos(x - y) + \cos(x + y)$$

Hérons formel $T = \frac{1}{4} \sqrt{(a + b + c)(a + b - c)(a - b + c)(-a + b + c)}$

Sinussatsen $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$

Cosinussatsen $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

Areasatsen $T = \frac{ab \sin C}{2}$

Arean av en ellips $= \pi ab$

Volymen av en ellipsoid $= \frac{4\pi abc}{3}$

Volymen av en cylinder $= (\text{Basarean}) \cdot (\text{höjden})$

Volymen av en kon $= \frac{(\text{Basarean}) \cdot (\text{höjden})}{3}$

Arean av en sfär $= 4\pi r^2$

Arean av mantelytan för en

cirkulär cylinder $= 2\pi rh$

cirkulär kon $= \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$

Eulers formler: $\cos \alpha = \frac{1}{2}(e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}), \quad \sin \alpha = \frac{1}{2i}(e^{i\alpha} - e^{-i\alpha})$

de Moivres formel $(e^{i\alpha})^n = e^{in\alpha}$