

# Tentamen

## MVE335 Matematik 1 för Sjöingenjörer

2017-12-21 08.30–12.30

**Rond och tel:** Joakim B, 0722-422329

**Hjälpmedel:** bifogat formelblad, chalmersgodkänd räknedosa

För betyg 3 krävs godkänt på del 1–4 på godkänddelen (minst 5p/del) eller minst 25 poäng på hela godkänddelen. Redan godkända delar behöver inte göras om. Bonus från introkursen får tillgodoräknas med högst en poäng per del. För betyg 4 eller 5 krävs utöver godkänt på del 1–4 dessutom 6 resp 12 poäng på överbetygsdelen. Resultatet anges i ladok som en poängsumma där del 1=1 “poäng”, del 2=2 “poäng”, del 3=4 “poäng” och del 4=8 “poäng”. T. ex. 10 “poäng” innebär godkänt på del 2 och 4.

**Till samtliga uppgifter skall fullständiga lösningar redovisas. Motivera och förklara så väl du kan.**

---

### Godkänddelen

- (a) Förenkla  $\frac{\frac{1}{a} - a}{a + 2 + \frac{1}{a}}$  (2p)

(b) Förenkla uttrycket  $\left(\frac{2}{\sqrt{3} + 1}\right)^2 - 4$  (2p)

(c) Lös olikheten  $|3 - 2x| \leq 4$ . Rita lösningsmängden på tallinjen. (2p)

(d) Skriv om  $\frac{2}{x^2 + 4x} - \frac{3}{(x - 2)(4 + x)}$  som *ett* bråk på så enkel form som möjligt. (2p)
- (a) Lös ekvationen  $5 = 1 / \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{R}\right)$  (2p)

(b) Ekvationen  $x^3 + 2x^2 - 3x - 4 = 0$  har en rot  $x = -1$ . Bestäm övriga rötter. (2p)

(c) Bestäm ekvationen för den räta linjen genom punkterna  $(10, 3)$  och  $(5, -7)$ . I vilken punkt skär den linjen  $3x - 2y + 1 = 0$ ? (2p)

(d) Bestäm radie och medelpunkt för cirkeln  $x^2 + 2x + y^2 - 4y = 11$ . (2p)
- (a) Givet  $\cos x = \frac{2\sqrt{3}}{5}$ ,  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ , beräkna *exakt*  $\cos x$  och  $\tan x$ . Svara med rottuttryck. (2p)

(b) Lös ekvationen  $3 \tan 2x + \sqrt{3} = 0$ . (2p)

(c) Givet  $\mathbf{u} = (1, -2)$  och  $\mathbf{u} + 2\mathbf{v} = (3, 1)$ , bestäm vektorn  $\mathbf{v}$  och vinkeln mellan  $\mathbf{u}$  och  $\mathbf{v}$ . (2p)

(d) Båt A startar i  $(5, 2)$  och rör sig rätlinjigt med konstant hastighetsvektor  $(2, -3)$ . En annan båt, B, startar samtidigt som A med hastighetsvektor  $(4, -2)$  och befinner sig efter 1 h i  $(-7, -8)$ . Avgör om båtarna kolliderar och i så fall när? Enheter är km/h. (2p)
- (a) Låt  $z = 1 + 8i$  och  $w = 3 - 2i$ . Beräkna  $z - i \cdot w$  och  $\frac{z}{w}$ . Svara på formen  $x + iy$  och för den sistnämnda kvoten även på polär form. (3p)

(b) Ange en reell (utan  $i$ ) fjärdegradsekvation som har en komplex rot  $-i\sqrt{3} - 3$  och två reella rötter  $\pm 2$ . Svara på formen  $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ . (2p)

(c) Beräkna  $z^9$  om  $z = -\sqrt{3} - 3i$ . Svara på formen  $x + iy$ . (3p)

## Överbetygsdelen

Poäng på dessa uppgifter kan inte räknas in för att nå godkänt.

5. (a) Lös ekvationen  $z^2 + 2 - 2i = (2i - 1)z^{-2}$  (3p)

(b) Lös ekvationen  $\cos x + \cos 2x = \sin x - \sin 2x$ . (3p)

6. En korda i en cirkel har ändpunkter  $(2, 3)$  och  $(1, -4)$ . De två tangenterna till cirkeln i respektive ändpunkt skär varandra i en punkt vars avstånd till kordan är 5 l.e. Bestäm cirkelns ekvation. (6p)

7. En båt, A, kör med 12 knop i  $60^\circ$  nordostlig riktning (i förhållande till rakt östlig riktning). I syfte att genskjuta båten startar samtidigt en annan båt, B, 10 M rakt öster om A med hastighet 15 knop. Vilken riktning skall B hålla för att precis nå fram? När möts båtarne? (Vi antar att det inte är några strömmar). (6p)

(1 M = 1 nautisk mil = 1852 m, 1 knop = 1 M/h)

# Formelblad

## Trigonometriska formler

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$2 \sin x \cos y = \sin(x + y) + \sin(x - y)$$

$$2 \sin x \sin y = \cos(x - y) - \cos(x + y)$$

$$2 \cos x \cos y = \cos(x - y) + \cos(x + y)$$

**Hérons formel**  $T = \frac{1}{4} \sqrt{(a + b + c)(a + b - c)(a - b + c)(-a + b + c)}$

**Sinussatsen**  $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$

**Cosinussatsen**  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

**Areasatsen**  $T = \frac{ab \sin C}{2}$

**Arean av en ellips**  $= \pi ab$

**Volymen av en ellipsoid**  $= \frac{4\pi abc}{3}$

**Volymen av en cylinder**  $= (\text{Basarean}) \cdot (\text{höjden})$

**Volymen av en kon**  $= \frac{(\text{Basarean}) \cdot (\text{höjden})}{3}$

**Arean av en sfär**  $= 4\pi r^2$

**Arean av mantelytan för en**

**cirkulär cylinder**  $= 2\pi r h$

**cirkulär kon**  $= \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$

**Eulers formler:**  $\cos \alpha = \frac{1}{2}(e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}), \quad \sin \alpha = \frac{1}{2i}(e^{i\alpha} - e^{-i\alpha})$

**de Moivres formel**  $(e^{i\alpha})^n = e^{in\alpha}$