

Tentamen

MVE335 Matematik 1 för Sjöingenjörer

2018-08-27 14.00 - 18.00

Rond och tel: Joakim B, 0722-422329

Hjälpmedel: bifogat formelblad, chalmersgodkänd räknedosa

För betyg 3 krävs godkänt på del 1–4 på godkäntdelen (minst 5p/del) eller minst 25 poäng på hela godkäntdelen. Redan godkända delar behöver inte göras om. Bonus från introkursen får tillgodoräknas med högst en poäng per del. För betyg 4 eller 5 krävs utöver godkänt på del 1–4 dessutom 6 resp 12 poäng på överbetygsdelen. Resultatet anges i ladok som en poängsumma där del 1=1 “poäng”, del 2=2 “poäng”, del 3=4 “poäng” och del 4=8 “poäng”. T. ex. 10 “poäng” innebär godkänt på del 2 och 4.

Till samtliga uppgifter skall fullständiga lösningar redovisas. Motivera och förklara så väl du kan.

Godkäntdelen

1. (a) Förenkla $\frac{1}{a} - a$
 $\frac{a}{a+1} + 1$ (2p)
- (b) Förenkla uttrycket $\frac{1}{(\sqrt{2}-1)^2} - 3$ (2p)
- (c) Lös olikheten $|1+2x| \geq 3$. Rita lösningsmängden på tallinjen. (2p)
- (d) Skriv om $\frac{x+1}{x-6} - \frac{1-6x}{(x-1)(6-x)}$ som *ett* bråk på så enkel form som möjligt. (2p)
2. (a) Lös ekvationen $4 = 5 / \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{R} \right)$ (2p)
- (b) Ekvationen $x^3 + 5x^2 + x - 10 = 0$ har en rot $x = -2$. Bestäm övriga rötter. (2p)
- (c) Bestäm ekvationen för den räta linjen genom punkterna $(13, -4)$ och $(7, 8)$. I vilken punkt skär den linjen $x - 2y + 4 = 0$? (2p)
- (d) Bestäm radie och medelpunkt för cirkeln $x^2 + 10x + y^2 - 20y = 19$. (2p)
3. (a) Givet $\tan x = \frac{2}{\sqrt{5}}$, $0 < x < \frac{\pi}{2}$, beräkna *exakt* $\cos x$ och $\sin x$. (2p)
- (b) Lös ekvationen $2 \cos(2x) + 1 = 0$. (2p)
- (c) Givet $\mathbf{u} = (1, -2)$ och $\mathbf{u} + 3\mathbf{v} = (-5, 4)$, bestäm vektorn \mathbf{v} och vinkeln mellan \mathbf{u} och \mathbf{v} . (2p)
- (d) Båt A startar i $(-1, 2)$ och rör sig rätlinjigt med konstant hastighetsvektor $(3, -5)$. En annan båt, B, startar samtidigt som A i $(2, -1)$ med hastighetsvektor $(2, -4)$. Bestäm båtbanornas skärningspunkt och avgör om kollision sker. Enheter är km/h. (2p)
4. (a) Låt $z = 1 + 2i$ och $w = 3 - 5i$. Beräkna zw och $\frac{z}{w}$. Svara på formen $x + iy$ och för den sistnämnda kvoten även på polär form. (3p)
- (b) Ange en reell (utan i) fjärdegradsekvation som har en komplexa rötter $2+i$ resp $1-2i$. Svara på formen $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$. (2p)
- (c) Beräkna z^5 om z har belopp 2 och argument $-\pi/6$. Svara på formen $x + iy$. Förenkla så långt som möjligt. (3p)

Överbetygsdelen

Poäng på dessa uppgifter kan inte räknas in för att nå godkänt.

5. (a) Lös ekvationen $z + 2iz^{-1} = z^{-3}$ (3p)

(b) Lös ekvationen $\cos 2x + 4 \sin^2 x = \sqrt{3} \sin 2x + 4 \cos^2 x$. (3p)

6. Bestäm den linje $y = m - kx$, $k > 0$ som tangerar cirkeln med radie 1 och centrum i $(0, 1)$ och som har så liten area som möjligt under sin graf i första kvadraten. (6p)

7. Givet y , låt $x = \Phi(y)$ vara lösningen till ekvationen $y = 2^x + 2^{-x}$, $x \geq 0$. Givet y , bestäm lösningen till ekvationen $y = \frac{2^x + 2^{-x}}{8^x + 8^{-x}}$ uttryckt i Φ . (6p)

Formelblad

Trigonometriska formler

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$2 \sin x \cos y = \sin(x + y) + \sin(x - y)$$

$$2 \sin x \sin y = \cos(x - y) - \cos(x + y)$$

$$2 \cos x \cos y = \cos(x - y) + \cos(x + y)$$

Hérons formel $T = \frac{1}{4} \sqrt{(a + b + c)(a + b - c)(a - b + c)(-a + b + c)}$

Sinussatsen $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$

Cosinussatsen $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

Areasatsen $T = \frac{ab \sin C}{2}$

Arean av en ellips $= \pi ab$

Volymen av en ellipsoid $= \frac{4\pi abc}{3}$

Volymen av en cylinder $= (\text{Basarean}) \cdot (\text{höjden})$

Volymen av en kon $= \frac{(\text{Basarean}) \cdot (\text{höjden})}{3}$

Arean av en sfär $= 4\pi r^2$

Arean av mantelytan för en

cirkulär cylinder $= 2\pi r h$

cirkulär kon $= \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$

Eulers formler: $\cos \alpha = \frac{1}{2}(e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}), \quad \sin \alpha = \frac{1}{2i}(e^{i\alpha} - e^{-i\alpha})$

de Moivres formel $(e^{i\alpha})^n = e^{in\alpha}$