

# Tentamen

## MVE335 Matematik 1 för Sjöingenjörer

2018-11-01 08.30–12.30

**Rond och tel:** ankn 6792 Anders H (ansv lärare: Joakim B, 0722422329)

**Hjälpmedel:** bifogat formelblad, chalmersgodkänd räknedosa

För betyg 3 krävs 20 poäng på godkäntdelen. För betyg 4 eller 5 krävs totalt 34 resp 43 varav minst 6 resp 12 poäng på överbetygsdelen. Bonuspoäng från duggor och introkurs 2018 räknas med.

**Till samtliga uppgifter skall fullständiga lösningar redovisas. Motivera och förklara så väl du kan.**

---

### Godkäntdelen

1. (a) Lös ut  $x$  ur ekvationen och förenkla svaret:  $\frac{x}{a^2} + \frac{1}{a} = x - 1$  (2p)
- (b) Förenkla uttrycket  $\frac{(x+h)^2 - (x-h)^2}{2h}$  (2p)
- (c) Skriv om  $\frac{x+2}{x+3} - \frac{1}{(x+2)(x+3)}$  som *ett* bråk på så enkel form som möjligt. (2p)
- (d) Lös olikheten  $2 \cdot |2x+3| - 8 < 0$ . Rita lösningsmängden på tallinjen. (2p)
2. (a) Lös ekvationen  $\frac{5}{4} = 3 / \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{R} \right)$  (2p)
- (b) Ekvationen  $x^3 - x^2 - 11x + 15 = 0$  har en rot  $x = 3$ . Bestäm övriga rötter. (2p)
- (c) Bestäm ekvationen för den räta linjen genom punkterna  $(3, -4)$  och  $(7, 4)$ . I vilken punkt skär den linjen  $-5x + y + 1 = 0$ ? (2p)
- (d) Bestäm radie och medelpunkt för cirkeln  $x^2 + 8x + y^2 - 10y = 40$ . (2p)
3. (a) Givet  $\cos x = \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{5}$ ,  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ , beräkna *exakt*  $\sin x$  och  $\tan x$ . (2p)
- (b) Beräkna  $A > 0$  och  $\phi$  om  $A \cos \phi = -3$  och  $A \sin \phi = 5$ . Vinkeln  $\phi$  kan anges i grader eller radianer. (2p)
- (c) En parallelogram har ett hörn i origo och diagonalt motsatt hörn i  $(6, -4)$ . Ett annat hörn ligger i punkten  $(4, 2)$ . Bestäm sista hörnets läge samt vinklar mellan sidorna i parallelogrammen. (2p)
- (d) Båt A startar i  $(2, -7)$  och rör sig rätlinjigt med konstant hastighetsvektor  $(5, 2)$ . En annan båt, B, startar samtidigt i  $(1, 4)$  med hastighetsvektor  $(7, -1)$ . Bestäm båtbanornas skärningspunkt och avgör om kollision sker. Enheter är km/h. (2p)
4. (a) Låt  $z = 2 + 5i$  och  $w = -4 + 4i$ . Ange  $z$  och  $w$  i polär form. (Vinklar kan anges i grader eller radianer). (2p)
- (b) Givet  $z = 8(\cos(35^\circ) + i \sin(35^\circ))$ ,  $w = 2(\cos(-145^\circ) + i \sin(-145^\circ))$ , beräkna  $z \cdot w$  och  $\frac{z}{w}$ . Svara i polär form. (2p)
- (c) Ange en reell (utan  $i$ ) fjärdegradsekvation som har en komplexa rot  $-3 - 2i$  resp  $\pm 2$ . Svara på formen  $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ . (2p)
- (d) Beräkna  $z^4$  om  $z$  har belopp  $\sqrt{2}$  och argument  $-\pi/6$ . Svara exakt på formen  $x + iy$  (svaret får inte innehålla  $\cos$  eller  $\sin$ ). (2p)

## Överbetygsdelen

Poäng på dessa uppgifter kan inte räknas in för att nå godkänt.

5. (a) Lös ekvationen  $2z^{-2} + i\sqrt{3} = z^2/2$  (3p)

(b) Skriv uttrycket  $A \cos(\omega t) + B \cos(\omega t - \varphi)$  på formen  $C \cos(\omega t - \theta)$ . (3p)

6. Ange ekvationen för den kurva i planet som har egenskapen att varje punkt på kurvan har samma avstånd till linjen  $x + 2y = 0$  som till punkten  $(3, 4)$ . (6p)

7. En liksidig triangel har ett hörn i punkten  $P = (-2, 3)$ . Mittpunkten på motstående sida ligger i punkten  $Q = (4, 1)$ . Bestäm exakt koordinaterna för de två andra hörnen i triangeln. (ej svar innehållande trigonometriska- eller arcusfunktioner eller  $\exp(i \dots)$ ) (6p)

# Formelblad

## Trigonometriska formler

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$2 \sin x \cos y = \sin(x + y) + \sin(x - y)$$

$$2 \sin x \sin y = \cos(x - y) - \cos(x + y)$$

$$2 \cos x \cos y = \cos(x - y) + \cos(x + y)$$

**Hérons formel**  $T = \frac{1}{4} \sqrt{(a + b + c)(a + b - c)(a - b + c)(-a + b + c)}$

**Sinussatsen**  $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$

**Cosinussatsen**  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

**Areasatsen**  $T = \frac{ab \sin C}{2}$

**Arean av en ellips**  $= \pi ab$

**Volymen av en ellipsoid**  $= \frac{4\pi abc}{3}$

**Volymen av en cylinder**  $= (\text{Basarean}) \cdot (\text{höjden})$

**Volymen av en kon**  $= \frac{(\text{Basarean}) \cdot (\text{höjden})}{3}$

**Arean av en sfär**  $= 4\pi r^2$

**Arean av mantelytan för en**

**cirkulär cylinder**  $= 2\pi r h$

**cirkulär kon**  $= \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$

**Eulers formler:**  $\cos \alpha = \frac{1}{2}(e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}), \quad \sin \alpha = \frac{1}{2i}(e^{i\alpha} - e^{-i\alpha})$

**de Moivres formel**  $(e^{i\alpha})^n = e^{in\alpha}$