Tentamen
MVE335 Matematik 1 för Sjöingenjörer

2019-01-09 08.30–12.30

Rond och tel: 0722422329 (Examinator: Joakim B)

Hjälpmedel: bifogat formelblad, chalmersgodkänd räknedosa

För betyg 3 krävs 20 poäng på godkäntdelen. För betyg 4 eller 5 krävs totalt 34 resp 43 varav minst 6 resp 12 poäng på överbetygsdelen. Bonuspoäng från duggor och introkurs 2018 räknas med på godkäntdelen.
Till samtliga uppgifter skall fullständiga lösningar redovisas. Motivera och förklara så väl du kan.

Godkäntdelen

1. (a) Lös ut x ur ekvationen och förenkla svaret: $\dfrac{x}{a} + a = x + 1$ (2p)

(b) Förenkla uttrycket $\dfrac{(x+2h)^2 - x^2}{2h}$ (2p)

(c) Skriv om $\dfrac{x+3}{x+4} - \dfrac{1}{(x+3)(x+4)}$ som *ett* bråk på så enkel form som möjligt. (2p)

(d) Lös olikheten $4 \cdot |2x+1| - 3 < 0$. Rita lösningsmängden på tallinjen. (2p)

2. (a) Lös ekvationen $\dfrac{5}{3} = 2/\left(\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{R}\right)$ (2p)

(b) Ekvationen $x^3 - 5x^2 + 5x + 3 = 0$ har en rot $x = 3$. Bestäm övriga rötter. (2p)

(c) Bestäm ekvationen för den räta linjen genom punkterna $(3, 0)$ och $(-2, 1)$. I vilken punkt skär den linjen $-4x + y + 5 = 0$? (2p)

(d) Bestäm radie och medelpunkt för cirkeln $x^2 + 4x + y^2 - 6y = 23$. (2p)

3. (a) Givet $\tan x = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$, $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$, beräkna *exakt* $\sin x$ och $\cos x$. (2p)

(b) Beräkna $A > 0$ och ϕ om $A\cos\phi = -1$ och $A\sin\phi = 3$. Vinkeln ϕ kan anges i grader eller radianer. (2p)

(c) En triangel har ett hörn i origo och övriga hörn i $(1, -4)$ resp $(3, 2)$. Bestäm avståndet mellan de två sistnämnda hörnen samt vinkeln i origo. (2p)

(d) En linje går igenom punkten $(1, -7)$ och har riktningsvektor $(3, 5)$. En annan linje går igenom punkten $(-12, -3)$ och har riktningsvektorvektor $(4, 3)$. Bestäm linjernas skärningspunkt. (2p)

4. (a) Låt $z = -1 + 2i$ och $w = 3 - 5i$. Ange z och w i polär form. (Vinklar kan anges i grader eller radianer). (2p)

(b) Givet $z = 6(\cos(25°) + i\sin(25°))$, $w = 2(\cos(-65°) + i\sin(-65°))$, beräkna $z \cdot w$ och z/w. Svara i *polär* form. (2p)

(c) Ange en reell (utan i) andragradsekvation som har komplexa rötter $-\dfrac{1}{2} \pm 2i$. Svara på formen $ax^2 + bx + c = 0$, där a, b, c är *heltal*. (2p)

(d) Beräkna z^5 om z har belopp 2 och argument $-2\pi/3$. Svara exakt på formen $x + iy$ (svaret får inte innehålla cos eller sin). (2p)

Överbetygsdelen

Poäng på dessa uppgifter kan inte räknas in för att nå godkänt.

5. (a) Lös ekvationen $z^{-2} + i \cdot z^2 = z^6/2$ (3p)

(b) Lös ekvationen $\sin^2 x = 2\sin 2x + \cos 2x$ (3p)

6. Ange ekvationen för den kurva i planet som har egenskapen att varje punkt på kurvan har samma avstånd till linjen $3x + 2y = 0$ som till punkten $(1, 4)$. (6p)

7. Ange alla punkter i rymden som har samma avstånd till punkterna $P = (-2, 3, 1)$, $Q = (4, 1, 3)$ samt $R = (0, 5, 2)$. (6p)

Formelblad

Trigonometriska formler

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x-y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$$

$$2 \sin x \cos y = \sin(x+y) + \sin(x-y)$$

$$2 \sin x \sin y = \cos(x-y) - \cos(x+y)$$

$$2 \cos x \cos y = \cos(x-y) + \cos(x+y)$$

Herons formel $T = \frac{1}{4}\sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c)}$

Sinussatsen $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$

Cosinussatsen $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$

Areasatsen $T = \frac{ab \sin C}{2}$

Arean av en ellips $= \pi ab$

Volymen av en ellipsoid $= \frac{4\pi abc}{3}$

Volymen av en cylinder $= (\text{Basarean}) \cdot (\text{höjden})$

Volymen av en kon $= \frac{(\text{Basarean}) \cdot (\text{höjden})}{3}$

Arean av en sfär $= 4\pi r^2$

Arean av mantelytan för en

cirkulär cylinder $= 2\pi rh$

cirkulär kon $= \pi r\sqrt{r^2 + h^2}$

Eulers formler: $\cos\alpha = \frac{1}{2}(e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}), \quad \sin\alpha = \frac{1}{2i}(e^{i\alpha} - e^{-i\alpha})$

de Moivres formel $(e^{i\alpha})^n = e^{in\alpha}$