

Deltentamen 2

MVE340 Matematik för Sjöingenjörer del B

2011-04-15 kl. 10.30–12.30

Examinator: Carl-Henrik Fant, Matematiska vetenskaper, Chalmers

Telefonvakt: Carl-Henrik Fant , telefon: 0704 62 35 95

Hjälpmedel: bifogat formelblad, typgodkänd räknedosa

Erhållen poäng på denna deltentamen får ersätta poängen på uppgift 2 på tentamen tills kursen ges nästa läsår. Delentamen rättas och bedöms öppet. Resultat meddelas på lämpligt sätt efter påsk. Första granskningstillfälle i samband med undervisningen.

Till samtliga uppgifter skall fullständiga lösningar redovisas. Motivera och förklara så väl du kan.

1. (a) Bestäm största och minsta värdet av $f(x) = x^3 - 12x$ då $-3 \leq x \leq 3$. Skissa grafen som stöd för din slutsats. (2p)
- (b) Bestäm en rot till ekvationen $f(x) = 0$ med Newtons metod då $f(x) = x^3 - x^2 - 2x - 2$. Du kan vara nöjd då $|f(x_0)| < 0.05$ (2p)
- (c) Beräkna arean mellan grafen till $f(x) = x^2 - 4x - 4$ och linjen $y = x$. (2p)
- (d) Beräkna integralen $\int_{-1}^1 3x^2 \sqrt{x^3 + 1} dx$ med hjälp av substitutionen $t = x^3 + 1$. (2p)

Lycka till!
Carl-Henrik Fant

Formelblad för MVE340 10/11

Trigonometri.

$$\begin{aligned}\sin^2(x) + \cos^2(x) &= 1 & 1 + \tan^2(x) &= \frac{1}{\cos^2(x)} \\ \cos(2x) &= \cos^2(x) - \sin^2(x) & \sin(2x) &= 2 \sin(x) \cos(x) \\ \cos(x+y) &= \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y) & \tan(x+y) &= \frac{\tan(x) + \tan(y)}{1 - \tan(x)\tan(y)} \\ \cos(x-y) &= \cos(x)\cos(y) + \sin(x)\sin(y) & \cos(x)\cos(y) &= \frac{1}{2}(\cos(x-y) + \cos(x+y)) \\ \sin(x+y) &= \sin(x)\cos(y) + \cos(x)\sin(y) & \sin(x)\sin(y) &= \frac{1}{2}(\cos(x-y) - \cos(x+y)) \\ \sin(x-y) &= \sin(x)\cos(y) - \cos(x)\sin(y) & \sin(x)\cos(y) &= \frac{1}{2}(\sin(x-y) + \sin(x+y))\end{aligned}$$

Linjär interpolation

$$a < c < b, f(a), f(b) \text{ kända: } f(c) \approx f(a) + \frac{c-a}{b-a} (f(b) - f(a))$$

Gränsvärden

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

Deriveringsregler

$$\begin{aligned}(f(x) + g(x))' &= f'(x) + g'(x) & (kf(x))' &= kf'(x) & (f(x)g(x))' &= f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \\ \left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' &= \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2} & (f(g(x)))' &= f'(g(x))g'(x)\end{aligned}$$

Några elementära funktioners derivator

$$D(x^p) = px^{p-1} \quad D(e^x) = e^x \quad D(e^{cx}) = ce^{cx} \quad D(a^x) = a^x \ln a$$

$$D(\ln x) = \frac{1}{x} \quad D(\sin x) = \cos x \quad D(\cos x) = -\sin x \quad D(\tan x) = 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

Tangent och normal i en punkt $(a, f(a))$ på grafen till $f(x)$

$$\text{Tangentens ekvation: } y - f(a) = f'(a)(x - a) \quad \text{Normalens ekvation: } y - f(a) = -\frac{1}{f'(a)}(x - a)$$

Lösning till ekvationen $f(x) = 0$: Newtons metod

Startvärde x_0 , beräkna: $x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$, upprepa med x_1 som nytt x_0 , upprepa tills $|f(x_1)|$ är litet.

Integralkatalog

$$\begin{aligned}\int f(g(x))g'(x)dx &= \int f(t)dt & \int f(x)g'(x)dx &= f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx \\ \int x^a dx &= \frac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad a \neq -1 & \int \frac{1}{x} dx &= \ln|x| + C \\ \int \sin x dx &= -\cos x + C & \int \cos x dx &= \sin x + C \\ \int \frac{1}{\cos^2 x} dx &= \tan x + C & \int \frac{1}{\sin^2 x} dx &= -\cot x + C \\ \int e^x dx &= e^x + C & \int a^x dx &= \frac{a^x}{\ln a} + C \quad 0 < a \neq 1\end{aligned}$$