Formelblad för MVE340, 10/11

Trigonometri.

$$\sin^2(x)+\cos^2(x)=1 \qquad 1+\tan^2(x)=\frac{1}{\cos^2(x)} \qquad \cos(2x)=\cos^2(x)-\sin^2(x) \qquad \sin(2x)=2\sin(x)\cos(x)$$

$$\cos(x+y)=\cos(x)\cos(y)-\sin(x)\sin(y) \qquad \tan(x+y)=\frac{\tan(x)+\tan(y)}{1-\tan(x)\tan(y)}$$

$$\sin(x+y)=\sin(x)\cos(y)+\cos(x)\sin(y) \qquad \cos(x)\cos(y)=\frac{1}{2}(\cos(x-y)+\cos(x+y))$$

$$\sin(x)\sin(y)=\frac{1}{2}(\cos(x-y)-\cos(x+y)) \qquad \sin(x)\cos(y)=\frac{1}{2}(\sin(x-y)+\sin(x+y))$$

Linjär interpolation

$a<c<b$, $f(a)$, $f(b)$ kända: $\quad f(c)\approx f(a)+\dfrac{c-a}{b-a}\,(f(b)-f(a))$

Gränsvärden

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=1 \qquad \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e \qquad \lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$$

Deriveringsregler

$$(f(x)+g(x))'=f'(x)+g'(x) \qquad (kf(x))'=kf'(x) \qquad (f(x)g(x))'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'=\frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{(g(x))^2} \qquad (f(g(x)))'=f'(g(x))g'(x)$$

Några elementära funktioners derivator

$$D\left(x^p\right)=px^{p-1} \qquad D\left(e^x\right)=e^x \qquad D\left(e^{cx}\right)=ce^{cx} \qquad D\left(a^x\right)=a^x\ln a$$

$$D\left(\ln x\right)=\frac{1}{x} \qquad D\left(\sin x\right)=\cos x \qquad D\left(\cos x\right)=-\sin x \qquad D\left(\tan x\right)=1+\tan^2 x=\frac{1}{\cos^2 x}$$

Tangent och normal i en punkt $(a,f(a))$ på grafen till $f(x)$

Tangentens ekvation: $y-f(a)=f'(a)(x-a)$ Normalens ekvation: $y-f(a)=-\frac{1}{f'(a)}(x-a)$

Lösning till ekvationen $f(x)=0$: Newtons metod

Startvärde x_0, beräkna: $x_1=x_0-\dfrac{f(x_0)}{f'(x_0)}$, upprepa med x_1 som nytt x_0, upprepa tills $|f(x_1)|$ är litet.

Integralkatalog

$$\int f(g(x))g'(x)dx = \int f(t)dt \qquad \int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x)-\int f'(x)g(x)dx$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1}+C \quad a\neq -1 \qquad \int \frac{1}{x}dx = \ln|x|+C$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C \qquad \int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \frac{1}{cos^2 x}dx = \tan x + C \qquad \int \frac{1}{sin^2 x}dx = -\cot x + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C \qquad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a}+C \quad 0<a\neq 1$$

Differentialekvationer

Differentialekvationen $mx''(t)+cx'(t)+kx(t)=0$ har den allmänna lösningen $x(t)=C_1e^{s_1t}+C_2e^{s_2t}$ där s_1 och s_2 är lösningar ($s_1\neq s_2$) till differentialekvationens karakteristiska ekvation $ms^2+cs+k=0$, (m, c, k konstanter). Om $s_{1,2}=a\pm ib$ så är $x(t)=e^{at}\left(C_1\cos(bt)+C_2\sin(bt)\right)$. Om $s_1=s_2$ så är $x(t)=e^{s_1t}\left(C_1+C_2t\right)$

Vektor(kryss)produkt

$$\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(u_1,u_2,u_3)\times(v_1,v_2,v_3)=(u_2v_3-u_3v_2,-(u_1v_3-u_3v_1),u_1v_2-u_2v_1)=\left(\begin{vmatrix} u_2 & u_3 \\ v_2 & v_3\end{vmatrix},-\begin{vmatrix} u_1 & u_3 \\ v_1 & v_3\end{vmatrix},\begin{vmatrix} u_1 & u_2 \\ v_1 & v_2\end{vmatrix}\right)$$