

MVE365

Matematik Chalmers

Tentamensskrivning i Ämnesdidaktisk problemlösning, MPLOL

Datum: 2013-08-27, 14:00-18:00

Telefonvakt: Jana Madjarova, tel. 073-785 56 97, besöker salen ca 15:30,
svarar på frågor per telefon senare

Hjälpmedel: Inga.

=====

DEL 1: GEOMETRI

1. Fyrhörningen $ABCD$ är ett parallelltrapets, $AB \parallel CD$. Om $AB = a, CD = b$, bestäm längden av sträckan som diagonalerna skär av linjen genom mittpunkterna på sidorna BC och DA . (6p)

2. Konstruera en triangel givet en sida och medianerna mot triangelns två andra sidor. (6p)

3. Givet är en triangel ABC . Tangenterna till dess omskrivna cirkel i punkterna A och B skär varandra i punkten T . Linjen genom T som är parallell med AC skär sidan BC i D . Visa att $AD = CD$. (6p)

4.(a) Formulera och bevisa korda-tangent-satsen. (6p; rätt formulering ger 2p)

(b) Om två trianglar vet vi att tre element i den ena är lika stora som motsvarande element i den andra. Avgör om det följer att trianglarna är kongruenta om elementen är: (+1p för rätt svar, -1p för fel svar, 0p för inget svar, 0p-6p på hela uppgiften)

(i) tre sidor;

(ii) tre vinklar;

(iii) två sidor och en vinkel, vilken som helst;

(iv) två vinklar och en sida, vilken som helst;

(v) två sidor och radien till den omskrivna cirkeln;

(vi) en sida, median och höjd från samma hörn.

Trigonometri, vektorer, koordinatgeometri och komplexa tal får ej användas.

DEL 2: STRATEGIER OCH METODER

5. Läs noga igenom uppgiften och dess lösning och svara på frågorna som ställs längre ner. Uppgiften ger max 5p.

Ett taxibolag i landet Taxia tillämpar två olika prismodeller beroende på den fart man åker med. Resan kostar 30 cent per kilometer då taxibilen kör med en fart som är större än v_0 km/h, och 10 cent per minut under perioder då farten är lägre än v_0

km/h. Hur ska man välja v_0 så att priset vid resa med konstant fart v_0 blir lika stort med båda sätten att räkna?

Lösning: Om man färdas s km med farten v_0 km/h, så kommer resan enligt den första modellen att kosta $30s$ cent. Resan tar då $\frac{s}{v_0}$ h = $\frac{60s}{v_0}$ min, så att den enligt den andra modellen kommer att kosta $\frac{600s}{v_0}$ cent. För att priset ska bli lika stort oavsett vilken modell man väljer måste v_0 uppfylla

$$30s = \frac{600s}{v_0},$$

d.v.s. $v_0 = 20$ km/h.

Frågor: (1) Ett problem man ofta brottas med att introducera nya begrepp så att eleverna känner deras relevans. Det kan då vara lämpligt att börja med exempel, man skulle kunna säga att man använder strategin "titta på specialfall". Uppgiften ovan är lämplig för att introducera ett viktigt begrepp, vilket?

(2) Är modellen rimlig? Tror du att den skulle kunna användas i praktiken?

(3) Uppgiften är också lämplig för att poängtera vikten av dimensionsanalys. Hur kan dimensionsanalys användas vid problemlösning?

6. Ur Matematik- och fysikprovet 2011: Markera rätt svar nedan.

19. Pythagoras sats lyder: *I en rätvinklig triangel är summan av kvadraterna på kateterna lika med kvadraten på hypotenusan.* Av Pythagoras sats följer att

- (a) Givet tre positiva tal a, b, c finns en rätvinklig triangel med just dessa tre tal som sidlängder.
- (b) En triangel med sidlängder 3, 4, 5 är rätvinklig.
- (c) Det finns ingen rätvinklig triangel med sidlängder 5, 10, 11.
- (d) Ingen av slutsatserna (a)-(c) följer av Pythagoras sats.

Vilket svar är rätt? Vilket tror du var det vanligaste felet? Här handlar det om problem i bemärkelsen "ett vanligt problem man ser som lärare". Kan du formulera problemet och föreslå en Lösingsstrategi? (max 5p)

7. DUALITET: En regelbunden polyeders (kropps) duala är en annan regelbunden polyeder med hörn som ligger i den ursprungliga polyederns sidors centra. Till exempel är en kubs duala polyeder en s.k. regelbunden oktaeder, en regelbunden kropp med sex hörn, tolv kanter och åtta platta sidor, med hörn i kubens sidors centra.

Givet att en regelbunden tetraeder har kantlängd a , bestäm hur den duala polyedern ser ut och beräkna dess kantlängd. (6p)

8. Ge exempel på en sats i kursen vars bevis kan sägas vara exempel på problemlösningstrategin "titta på specialfall". Förklara vilket specialfall det rör sig om och hur det generella påståendet följer (utan detaljerat bevis). (max 4p)

/JM