

MVE365

Matematik Chalmers

Tentamensskrivning i Problemlösning och lärande, MPLOL

Datum: 2015-04-17, 8:30-12:30

Telefonvakt: Jana Madjarova, tel. 073-7855697, svarar på frågor endast i telefon 10:15–10:30 och 11:45–12:00

Hjälpmiddel: Inga (det är dock tillåtet att använda passare och linjal).

=====

DEL 1: GEOMETRI

1. Låt triangeln $\triangle ABC$ vara rätvinklig med rät vinkel vid C . Om CH är höjden mot hypotenusan och CD är bisektrisen till vinkeln ACH i triangeln $\triangle AHC$ ($H, D \in AB$), visa att $BC = BD$. (6p)

2. Givet två parallella linjer och en punkt ej på någon av dem, konstruera en cirkel som tangerar linjerna och går genom punkten. (6p)

3. Givet är triangeln ABC med inskriven cirkel k . Tangenterna till k som är parallella med triangelns sidor kapar av tre mindre trianglar från triangeln ABC . Om r är radien till k , och r_1, r_2, r_3 är radierna till de små triangelarnas inskrivna cirklar, visa att $r_1 + r_2 + r_3 = r$. (6p)

4.(a) Formulera och bevisa basvinkelsatsen och dess omvändning. (6p)

(b) Givet en triangel, visa en formel för dess area som involverar en av de vidskrivna cirklarnas radie. (6p)

Trigonometri, vektorer, koordinatgeometri och komplexa tal får ej användas.

DEL 2: STRATEGIER OCH METODER

5. Läs noga igenom uppgiften och dess lösning och svara på frågorna som ställs längre ner. Uppgiften ger max 5p.

Talet 201212200619 har en faktor m sådan att $6 \cdot 10^9 < m < 6,5 \cdot 10^9$. Bestäm m .

Lösning. Sätt $a = 201212200619$, och $k = \frac{a}{m}$. Ur olikheterna för m följer uppskattningen

$$\frac{201212200619}{6,5 \cdot 10^9} = 30,9\dots < k < \frac{201212200619}{6 \cdot 10^9} = 33,5\dots$$

Eftersom k är ett heltal betyder det att $31 \leq k \leq 33$. Talet $a = km$ är udda, vilket utesluter $k = 32$. Dessutom är a inte delbart med 3, vilket i sin tur utesluter $k = 33$.

Den enda möjligheten är då $k = 31$. Division ger

$$m = \frac{201212200619}{31} = 6490716149.$$

Frågor: (1) Uppgiften handlar om heltalsdivision. Hur används det? (2) Problemkonstruktören har varit "snäll". Kan du förklara på vad sätt? (3) Kan du variera uppgiften?

6. Ur *Matematik- och fysikprovet 2014*: Markera rätt svar nedan.

13. Om $\sin \alpha = p$, och $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, så gäller att $\tan \alpha$ är lika med

(a) $\frac{-p}{\sqrt{1-p^2}}$; (b) $\frac{p}{\sqrt{1-p^2}}$; (c) $\pm \frac{p}{\sqrt{1-p^2}}$; (d) annat svar.

Vilket svar är rätt? Vad är det för misstag de felaktiga svaren försöker identifiera? Hur kan man variera uppgiften? (max 5p)

7. *ANALOGI*: Vad skulle du vilja säga är rymdanalogen till en rät vinkel i planet? Försök ge två definitioner - en i termer av plana räta vinklar, och en som imiterar definitionen av plana räta vinklar. Ge exempel på en sats för räta rymdvinklar som är analog till en sats för plana räta vinklar. (max 5p)

8. Vilken eller vilka problemlösningstrategier används vanligtvis vid lösning av konstruktionsuppgifter? Illustrera med ett exempel. (max 5p)

/JM