MVE365
Matematik Chalmers
Tentamensskrivning i Problemlösning och lärande, MPLOL
Datum: 2016-04-08, 8:30-12:30
Telefonvakt: Jana Madjarova, ankn. 3531, besöker salen 10:15, svarar på frågor i telefon resten av tiden
Hjälpmedel: Inga (det är dock tillåtet att använda passare och linjal).
===

Del 1: Geometri

1. Givet är romben $ABCD$.

(a) Motivera att romben har en inskriven cirkel. (2p)

(b) Bestäm rombens vinklar, givet att den längre diagonalen i romben är dubbelt så lång som den inskrivna cirkelns diameter. (4p)

2. Cirklarna k_1 och k_2, med radier r_1 och r_2, respektive, tangerar varandra i punkten C. Linjen l tangerar k_1 och k_2 i punkterna A och B, respektive ($A \neq B$).

(a) Visa att $\angle ACB = 90°$. (4p)

(b) Bestäm längden av medianen mot sidan AB i $\triangle ABC$. (Du får använda resultatet i **(a)** även om du inte lyckats visa det.) (4p)

3. Givet är en cirkel och en punkt utanför denna. Konstruera en linje genom den givna punkten som skär cirkeln så att sträckan från punkten till cirkeln är lika lång som sträckan innanför cirkeln. (6p)

4.(a) Definiera begreppet bisektris till en av vinklarna i en triangel. (2p)

(b) Formulera och bevisa bisektrissatsen. (6p)

(c) Vad har bisektrisernas skärningspunkt för viktig egenskap? (2p)

Trigonometri, vektorer, koordinatgeometri och komplexa tal får ej användas.

Del 2: Strategier och metoder

5. Läs noga igenom uppgiften och dess lösning och svara på frågorna som ställs längre ner. Uppgiften ger max 6p.

I en parallellogram med sidlängder a och b, $0 < b < a$, har de två diagonalerna längderna b och $2b$. Beräkna förhållandet $\dfrac{a}{b}$.

Lösning: Låt $ABCD$ vara den givna parallellogrammen, med $AB = CD = a$, $BC = DA = b$, $BD = b$, och $AC = 2b$. Dra DP och CQ vinkelrätt mot linjen AB.

Triangeln ABD är likbent och DP är höjd i den, vilket betyder att $AP = BP = \frac{a}{2}$. Trianglarna APD och BQC är kongruenta. Det följer att $BQ = AP = \frac{a}{2}$, och $DP = CQ$. Pythagoras sats för de två rätvinkliga trianglarna BQC och AQC ger nu

$$b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = CQ^2 = (2b)^2 - \left(\frac{3a}{2}\right)^2,$$

så att $4a^2 = b^2$, och $\frac{a}{b} = 2$.

Frågor: (1) Lösningen uppvisar fel och brister. Rätta/fyll i där du finner lämpligt. *(2)* Om en fullständig och välmotiverad lösning är värd 6p, hur många poäng skulle du vilja ge denna? Precisera hur mycket du skulle "dra" för de enskilda felen/bristerna. *(3)* Kan man bedöma svarets rimlighet?

6. Ur *Matematik- och fysikprovet 2010*: Markera rätt svar nedan.

18. En rektangel har diagonallängd 8 längdenheter. Om rektangelns omkrets är 24 l.e., så är dess area

(a) 32 areaenheter; (b) 40 areaenheter; (c) annat tal;
(d) det finns ingen sådan rektangel:

Vilket svar är rätt? Vad ser du för strategier för att lösa problemet? Vad finns det för risker med att använda en del strategier? (max 5p)

7. *ANALOGI:* Sfären är en tvådimensionell analog till cirkeln i det tredimensionella rummet. Citera cirklars och sfärers egenskaper som kan sägas vara analoga till varandra (det kan även vara andra figurer inblandade). Vad skulle kunna vara analogt till en cirkels diameter och till en korda (kan finnas flera möjligheter)? (max 6p)

8. Ge tre exempel på satser eller problem som behandlats i kursen, i vilka man använt strategin "titta på enklare specialfall". (max 3p)

/JM