

MVE365

Matematik Chalmers

Tentamensskrivning i Problemlösning och lärande, MPLOL

Datum: 2016-03-15, 8:30-12:30

Telefonvakt: Maria Roginskaya, ankn. 5325, besöker salen 10:45, svarar på frågor i telefon resten av tiden

Hjälpmiddel: Inga (det är dock tillåtet att använda passare och linjal).

=====

DEL 1: GEOMETRI

1. Givet är romben $ABCD$. Bisektrisen till $\angle DAC$ skär sidan CD i punkten P . Givet att $AP = BD$,

(a) visa att $BP = AD$; (3p)

(b) bestäm vinklarna i romben. (4p)

2. Konstruera en triangel givet två sidor och en median. (8p)

3. Givet en cirkel och en punkt utanför denna, avgör hur de ska ligga i förhållande till varandra för att det ska finnas en linje genom den givna punkten som skär cirkeln så att sträckan från punkten till cirkeln är lika lång som den del av linjen som ligger innanför cirkeln. (6p)

4.(a) Formulera och bevisa bisektrissatsen. (6p)

(b) En median delar en triangel i två trianglar med lika areor. En bisektris delar också en triangel i två trianglar. Bestäm förhållandet mellan dessa två trianglars areor, givet sidlängderna i den ursprungliga triangeln. (3p)

Trigonometri, vektorer, koordinatgeometri och komplexa tal får ej användas.

DEL 2: STRATEGIER OCH METODER

5. Läs noga igenom uppgiften och dess lösning och svara på frågorna som ställs längre ner. Uppgiften ger max 5p.

Lös ekvationen

$$\frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x+1} + 2\sqrt{6} + 1} = \frac{\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x+1} - 2\sqrt{6} + 1}.$$

Lösning:

$$\begin{aligned} & \sqrt{x^2 + x} - 2\sqrt{6x} + \sqrt{x} + 4\sqrt{x+1} - 8\sqrt{6} + 4 = \\ &= \sqrt{x^2 + x} + 2\sqrt{6x} + \sqrt{x} - 4\sqrt{x+1} - 8\sqrt{6} - 4 \\ & \quad 8\sqrt{x+1} + 8 = 4\sqrt{6x} \\ & \quad 2\sqrt{x+1} = \sqrt{6x} - 2 \\ & \quad 4x + 4 = 6x + 4 - 4\sqrt{6x} \\ & \quad 2\sqrt{6x} = x \\ & \quad 24x = x^2 \\ & \quad x = 24. \end{aligned}$$

Frågor: (1) Är svaret rätt? (2) Anser du att lösningen är fullständig? (3) Om inte, vad är lösningens brister? (4) Är $x = 0$ en lösning? (5) Om en elev på sista raden svarar " $x = 0$ eller $x = 24$ ", skulle det vara värt mer eller mindre (i poäng) än den lösning som presenteras här?

6. Ur *Matematik- och fysikprovet 2013*: Markera rätt svar nedan.

20. Vinklarna α, β och γ är vinklar i en triangel. Då gäller att

- (a) $\sin 2\alpha + \sin 2\beta + \sin 2\gamma = \sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma$;
- (b) $\sin 2\alpha + \sin 2\beta + \sin 2\gamma = 4 \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma$;
- (c) $\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = \sin \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\beta}{2} + \sin \frac{\gamma}{2}$;
- (d) $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1 - 4 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma$.

Vilket svar är rätt? Förklara hur du tänker när du löser problemet, även om du inte kommer ända fram. Vad kan man säga att man använder för strategi? (max 4p)

7. *ANALOGI*: Mängden av alla punkter i planet som befinner sig på lika avstånd från två strålar med gemensam början är en stråle (som är bisektrisen till vinkeln mellan strålarna). Givet två halvplan som avgränsas av samma linje, beskriv mängden av alla punkter i rummet som befinner sig på lika avstånd från de två halvplanen. Formulera en motsvarighet (det finns fler än en!) till bisektrissatsen för en tetraeder. Skissa ett bevis för ditt påstående (endast principiellt, utan detaljer). (max 8p)

8. Ge exempel på två problemlösningstrategier som ofta används tillsammans. Ge gärna exempel. (max 3p)

/JM