

MVE365

Matematik Chalmers

Tentamensskrivning i Problemlösning och lärande, MPLOL

Datum: 2017-08-22, 14:00-18:00

Telefonvakt: Jana Madjarova, ankn. 3531, svarar på frågor i telefon

Hjälpmedel: Inga (det är dock tillåtet att använda passare och linjal).

=====

DEL 1: GEOMETRI

1. Givet är ett parallelltrapets (som inte är en parallelogram). Cirkeln med diameter den kortare av de två parallella sidorna skär diagonalerna i deras respektive mittpunkter. Visa att de två icke-parallella sidorna är lika långa. (6p)

2. Triangeln ABC är rätvinklig och likbent, med rät vinkel vid C , och $CA = CB = a$. Punkterna P och Q på sidan AB är sådana att sträckorna CP och CQ delar vinkeln vid C i tre lika delar. Beräkna längden av sträckan PQ . (6p)

3. Konstruera en rätvinklig triangel, givet hypotenusan och summan av de två kateterna. (6p)

4.(a) Definiera begreppet höjd mot en av sidorna i en triangel. (2p)

(b) Visa att en triangels tre höjder skär varandra i en punkt. (6p)

(c) Visa att minst en av triangels höjder har sin fotpunkt innanför en av triangels sidor. (4p)

Trigonometri, vektorer, koordinatgeometri och komplexa tal får ej användas.

DEL 2: STRATEGIER OCH METODER

5. Lös olikheten

$$\frac{x-1}{x^2+4x+4} \leq \frac{1}{x-1}.$$

Lösning. Vi multiplicerar upp nämnarna, och får

$$x^2 - 2x + 1 \leq x^2 + 4x + 1.$$

Det ger $6x \geq -3$, så lösningar är de x , som är större än eller lika med $-\frac{1}{2}$.

Frågor: (1) Lösningen ovan är faktiskt helt fel. Förklara vad du ser för misstag (du behöver inte ge en fullständig rätt lösning). (2) Om hela uppgiften är värd 5p, hur stora avdrag skulle du förslå för de enskilda felen? Hur mycket skulle du belöna ovanstående lösning med? (max 5p)

6. Ur *Matematik- och fysikprovet 2014*: Markera rätt svar nedan.

20. En fyrhörning kallas *inskriven* om det finns en cirkel som går genom dess fyra hörn. Om fyrhörningen $ABCD$ (med sidor AB , BC , CD , DA och diagonaler AC , BD) är inskriven, så gäller att

(a) $|AB| \cdot |BC| = |AC| \cdot |BD| - |CD| \cdot |DA|$;

(b) $|AC| \cdot |BD| = |AB| \cdot |CD| - |BC| \cdot |DA|$;

(c) $|AB| \cdot |BC| = |AC| \cdot |BD| + |CD| \cdot |DA|$;

(d) $|AC| \cdot |BD| = |AB| \cdot |CD| + |BC| \cdot |DA|$.

Vilket tror du är det rätta svaret? Påståendet kallas Ptolemaios sats. Det är inget man förväntas kunna när man söker en civilingenjörsutbildning. Hur kan man då lista ut vad som är rätt? (Det är givet att exakt ett av svaren ovan är rätt.) (max 6p)

7. *ANALOGI*: Vad tycker du är den tredimensionella motsvarigheten till en likbent triangel? Nämn egenskaper som styrker analogin. (max 6p)

8. Ge exempel (från kursen eller matematiken i stort), där man använder strategin "titta på specialfall" för att komma fram till resultat. (max 3p)

/JM