

MVE365

Matematik Chalmers

Tentamensskrivning i Problemlösning och lärande, MPLOL

Datum: 2017-06-09, 8:30-12:30

Telefonvakt: Jana Madjarova, ankn. 3531, besöker salen 9:30, svarar på frågor i telefon resten av tiden

Hjälpmedel: Inga (det är dock tillåtet att använda passare och linjal).

=====

DEL 1: GEOMETRI

1. Fyrhörningen $ABCD$ är ett parallelltrapets, $AB \parallel CD$. Givet är dessutom att $AD \perp AB$, $AD = CD$, $BC = 2a$, och $\angle ABC = 60^\circ$. Linjen genom D , som är parallell med BC , skär sidan AB i punkten P . Bestäm omkretsen av triangeln CPD . (6p)

2. Fyrhörningen $ABCD$ är ett parallelltrapets, $AB \parallel CD$. Punkterna E och F är mittpunkter på sidorna CD och AB , respektive. Sträckorna AE och DF skär varandra i punkten P , sträckorna BE och CF skär varandra i punkten Q . Visa att sträckan PQ är parallell med sidan AB . (6p)

3. Konstruera en triangel, givet sträckorna c och $a - b$ och vinkeln β (där $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$, $\angle ABC = \beta$) (6p)

4.(a) Definiera begreppet höjd mot en av sidorna i en triangel. (2p)

(b) Visa att en triangels tre höjder skär varandra i en punkt. (6p)

(c) Visa att minst en av triangels höjder har sin fotpunkt innanför en av triangels sidor. (4p)

Trigonometri, vektorer, koordinatgeometri och komplexa tal får ej användas.

DEL 2: STRATEGIER OCH METODER

5. Triangeln ABC har rät vinkel vid C , och sidlängder $BC = a$, $CA = b$. Triangeln roteras i sitt plan kring hörnet A , till läget $AB'C'$, där hypotenusan AB' går genom det ursprungliga hörnet C . Bestäm avståndet från punkten C' till linjen AB .

Lösning. Beteckna vinkeln vid A i triangel ABC med α , och låt P vara den ortogonala projektionen av punkten C' på linjen AB . Rotationen bevarar längder och vinklars storlek, vilket betyder att $\angle B'AC' = \alpha$, $\angle BAC' = 2\alpha$. Det bildas en rätvinklig triangel APC' , med rät vinkel vid P och hypotenusan $C'A = b$. Avståndet är lika med längden av kateten $C'P$, och vi har $C'P = b \sin 2\alpha$. Vi har, enligt formeln

för sinus av dubbla vinkeln, definitionen för sinus och cosinus och Pythagoras sats,

$$b \sin 2\alpha = 2b \sin \alpha \cos \alpha = 2b \cdot \frac{a}{c} \cdot \frac{b}{c} = \frac{2ab^2}{c^2} = \frac{2ab^2}{a^2 + b^2}.$$

Frågor: (1) Lösningen uppvisar vissa brister. Fyll i där du finner lämpligt. (2) Om en fullständig och välmotiverad lösning är värd 5p, hur många poäng skulle du vilja ge denna? (3) Vad i uppgiften kan vara begreppsmässigt svårt för en elev? (max 5p)

6. Ur *Matematik- och fysikprovet 2017*: Markera rätt svar nedan.

18. Anna och Gun beräknar volymen av en cylinder. Annas svar är $\ln(\sqrt{2} + 1)$, medan Gun får svaret $\ln(\sqrt{2} - 1)$. Då gäller

- (a) Det kan vara så att båda har rätt svar.
- (b) Det är helt säkert så att Anna har fel svar.
- (c) Det är helt säkert så att Gun har fel svar.
- (d) Inget av (a)-(c) behöver gälla.

19. Anna och Gun beräknar volymen av en cylinder. Annas svar är $\ln(\sqrt{2} + 1)$, medan Gun får svaret $-\ln(\sqrt{2} - 1)$. Då gäller

- (a) Det kan vara så att båda har rätt svar.
- (b) Det är helt säkert så att Anna har fel svar.
- (c) Det är helt säkert så att Gun har fel svar.
- (d) Inget av (a)-(c) behöver gälla.

Vilka är de rätta svaren? Vad är det för kunskaper uppgiften testar? Vad är det för fel som troligen ligger bakom de flesta felaktiga svaren? Ändra tjejernas svar så att "*det är helt säkert så att båda har fel*" blir rätt svar. (max 6p)

7. ANALOGI: Vad tycker du är den tredimensionella motsvarigheten till en rätvinklig triangel? Nämn egenskaper som styrker analogin. (max 6p)

8. Ge exempel (från kursen eller matematiken i stort), där man använder strategin "se mönster" för att komma fram till resultat. (max 3p)

/JM