

Matte 2

1 Delbarhet

Uppgift 1. Ge minst tre ytterligare olika formuleringar som fångar innebörden av "n delar m".

Uppgift 2. Gör följande uppgifter i *A Friendly introduction to Number Theory*: 5.4, 6.1a.

2 Kongruensräkning

Uppgift 3. Gör följande uppgifter i *A Friendly introduction to Number Theory*: 8.3ac, 8.4ace, 10.1, 16.1a.

Uppgift 4. Ett element $a \in \mathbb{Z}_n$ som uppfyller $a^2 \equiv_n 1$ kallas en involuotion.

1. Välj tre stycken primtalsvärden på $n = p$. Hitta alla involuotioner i \mathbb{Z}_p för dessa värden på p .
2. Skapa en hypotes för vilka element som är involuotioner då $n = p$ är ett godtyckligt primtal. Argumentera för din hypotes.
3. Gäller din hypotes när n inte är ett primtal?

Uppgift 5. Undersök produkten $(p - 1)!$ modulo p (dvs $p - 1$ fakultet) för några olika primtal p . Ser du något mönster? Skapa en hypotes och försök bevisa att din hypotes gäller för alla primtal p .

Uppgift 6. 1. Hur många lösningar har en linjär ekvation $ax = c$ i \mathbb{R} ? Hur skulle du förklara för en vetgirig gymnasist varför det är så?

2. Svara på samma frågor men då vi tänker oss det som en ekvation i \mathbb{Z} , dvs då $a, x, c \in \mathbb{Z}$.
3. Hur många lösningar har en ekvation $ax \equiv_p c$ i \mathbb{Z}_p där p är ett primtal? Argumentera för din ståndpunkt.
4. Är det viktigt att p är ett primtal i ovanstående delfråga? Förklara.
5. Sammanfatta dina slutsatser i ovanstående deluppgifter med hjälp av termerna ring och kropp.