

## MVE415 Matematisk analys, del 1

Tentan rättas och bedöms anonymt. Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt. **Till samtliga uppgifter skall fullständiga lösningar redovisas.** För godkänt på tentan krävs 23 poäng på godkäntdelen. Bonuspoäng från duggor 2017 räknas med. För betyg 4 eller 5 krävs dessutom 33 resp. 43 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 4 resp. 6 poäng på överbetygsdelen. Resultat meddelas via Ladok ca tre veckor efter tentamenstillfället. Granskning på expeditionen.

---

### Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad (16p)  
inlämnas tillsammans med övriga lösningar.

2. Funktionen  $f(x) = \frac{e^{-x}}{1+2x}$  är given. Konstruera grafen till  $f$ . Ange lokala max/min samt (5p)  
asymptoter.

3. (a) Bestäm ellipsens medelpunkt och dess största resp minsta avstånd till medelpunkten. (4p)  
 $x^2 + x + 2y^2 - 2y = 3/2$ .  
(b) Beräkna  $y'$  i de punkter där  $x = 0$ .

4. Beräkna  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1+x}}{x^2 - 1} \right)$ . (3p)

5. Bestäm  $C_1, C_2$  så att funktionen  $y(x) = (C_1x^2 + C_2x)e^{-2x}$  uppfyller sambandet (3p)  
 $y''(x) - 4y(x) = 3xe^{-2x}$  för alla  $x$ .

6. Ange de reella lösningarna till rot ekvationen  $\sqrt{x^2 - 4x + 4} + 3 = 2x$ . (3p)

7. (a) Bestäm funktionen  $f$  så att följande villkor är uppfyllda. (4p)

$$f'(x) = \frac{3 + e^{2x}}{e^{4x}} - 2e^{-2x}, \quad f(0) = 1.$$

(b) Bestäm lokala max/min till  $f$ .

Var god vänd!

## Överbetygsdelen

Poäng på dessa uppgifter kan inte räknas in för att nå godkäntgränsen.

8. Bestäm primitiva funktioner till följande funktioner. (4p)

i. 
$$f(x) = \frac{x^2}{x + \frac{2}{x + x^{-3}}}$$

ii. 
$$f(x) = \frac{\cos^4 x - \sin^4 x}{\cos^2 x \sin^2 x}$$

9. Området under linjen  $y = 1 - 2x$  i första kvadranten delas av två linjer  $y = kx$  resp  $y = 2kx$  där  $k > 0$ . Bestäm  $k$  så att arean av triangeln med hörn i origo samt i linjernas skärningspunkter blir maximal. (4p)

10. Låt  $f(x) = x^2 + \ln x$ . Betrakta sekantlinjen genom punkterna med  $x$ -koordinat  $a$  resp  $2a$  på  $f$ 's graf. För vilket värde på  $a$  har sekanten minimal riktningskoefficient? (4p)

Anonym kod	MVE415 Matematisk analys, del 1 170609	Sidnr 1	Poäng
------------	--	------------	-------

1. Till nedanstående uppgifter skall lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Bestäm med hjälp av derivatans definition  $f'(x)$  då  $f(x) = \frac{1}{1+2x}$ . (2p)

**Lösning:**

**Svar:** .....

(b) Bestäm lokala max/min till funktionen  $f(x) = \frac{3}{x} - \frac{1}{x^3}$ . (3p)

**Lösning:**

**Svar:** .....

(c) Lös ekvationen  $|x - 5| + 7 = 3x$ . (3p)

**Lösning:**

**Svar:** .....

Var god vänd!

(d) Ange den primitiva funktion till  $f(x) = \frac{3}{x} - \frac{1}{x^3}$  som uppfyller  $F(1) = 2$ . (2p)

**Lösning:**

**Svar:** .....

(e) Bestäm inversen till funktionen  $y(x) = (2x^{-1} + 1)/(3x^{-1} + 4)$ . (3p)

**Lösning:**

**Svar:** .....

(f) Bestäm mha linjär approximation ett närmevärde till  $f(3)$  om  $f(x) = x^2 \sin(x)$ . (Använd  $\pi \approx 3.14$ ,  $\pi^2 \approx 10$ ) (3p)

**Lösning:**

**Svar:** .....