

MVE415 Matematisk analys, del 1

Tentan rättas och bedöms anonymt. Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt. **Till samtliga uppgifter skall fullständiga lösningar redovisas.** För godkänt på tentan krävs 23 poäng på godkäntdelen. Bonuspoäng från duggor 2017 räknas med. För betyg 4 eller 5 krävs dessutom 33 resp. 43 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 4 resp. 6 poäng på överbetygsdelen. Resultat meddelas via Ladok ca tre veckor efter tentamenstillfället. Granskning på expeditionen.

Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad (16p)
inlämnas tillsammans med övriga lösningar.

2. Funktionen $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 3}$ är given. Konstruera grafen till f . Ange lokala max/min samt (5p)
asymptoter.

3. (a) Bestäm ellipsens medelpunkt och dess största resp minsta avstånd till medelpunkten. (4p)
 $x^2 + 4x + 4y^2 - 8y = 1$.
(b) Beräkna y' i de punkter där $y = 0$.

4. Beräkna $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{1}{x^2 + 2x} + \frac{1}{4 + 2x} \right)$ (3p)

5. Bestäm C_1, C_2 så att funktionen $y(x) = e^{-x}(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$ uppfyller sambandet (3p)
 $y''(x) - 2y'(x) + y(x) = 4e^{-x} \cos 2x$ för alla x .

6. Ange de reella lösningarna till rot ekvationen $\sqrt{x^2 + 6x + 9} + 3x = 1$. (3p)

7. (a) Bestäm funktionen f så att följande villkor är uppfyllda. (4p)

$$f'(x) = \frac{1 + e^{3x}}{e^{2x}} - 4e^{-2x}, \quad f(0) = 1/2.$$

(b) Bestäm lokala max/min till f .

Var god vänd!

Överbetygsdelen

Poäng på dessa uppgifter kan inte räknas in för att nå godkäntgränsen.

8. Bestäm primitiva funktioner till följande funktioner. (4p)

i. $f(x) = \sin^2(x) \sin^2(2x)$

ii. $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2 + e^{2x} + e^{-2x}}$

9. En person vill besöka sin käresta på diagonalt motsatt punkt av en cirkular sjö med radie 5 km. I hopp om att spara tid rör han först med 2 km/h och går sedan med 3 km/h närmaste vägen efter stranden. Dock visar det sig att han lyckats välja tidsmässigt sämsta möjliga riktning. I vilken riktning i förhållande till diagonalen rodde han? (4p)

10. En punkt P skall placeras på y -axeln med y -koordinat mellan 0 och 3. Från P dras två linjer. Den ena mot punkten $(2, 3)$, den andra mot $(5, 0)$. Var skall P ligga för att vinkeln mellan linjerna skall bli maximal? (4p)

Anonym kod	MVE415 Matematisk analys, del 1 170816	Sidnr 1	Poäng
------------	--	------------	-------

1. Till nedanstående uppgifter skall lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Bestäm med hjälp av derivatans definition $f'(x)$ då $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$. (2p)

Lösning:

Svar:

(b) Bestäm lokala max/min till funktionen $f(x) = x^3 + \frac{3}{x}$. (3p)

Lösning:

Svar:

(c) Lös ekvationen $|2x + 3| - 4 = 5x$. (3p)

Lösning:

Svar:

Var god vänd!

- (d) Ange den primitiva funktion till $f(x) = \frac{3}{x^2} - \frac{6}{x^4}$ som uppfyller $F(1) = 5$. (2p)

Lösning:

Svar:

- (e) Bestäm inversen till funktionen $y(x) = \left(\frac{2}{x+1} + 1\right) / \left(\frac{3}{x+1} + 2\right)$. (3p)

Lösning:

Svar:

- (f) Bestäm ekvationen för tangenten till f 's graf i punkten där $x = \pi$ för funktionen $f(x) = \sin(x/2) + x \cos(x/2)$. Ange också tangentens skärningspunkt med x -axeln. (3p)

Lösning:

Svar: