

TENTAMEN  
Kurskod: MVE425a  
Tid: 8.30 – 12.30  
LINDHOLMEN 24 OKTOBER 2017  
Telefonvakt: Torbjörn Lundh, 0709847070  
Hjälpmedel: pennor, radergummi och linjal.  
Betygsgränser: 20 – 31  $\Rightarrow$  3; 32 – 41  $\Rightarrow$  4; 42 – 50  $\Rightarrow$  5

1. (a) Namnge fyra delmängder till mängden av alla fyrhörningar. (2p)  
(b) Ange grafiskt hur dessa delmängder förhåller sig till varandra. Är till exempel någon av dessa delmängder innehållen i någon av de andra delmängderna av fyrhörningar? (2p)  
(c) Ge definitionerna för dessa delmängder. (2p)

2. Förenkla följande uttryck så långt det går!

(a)

$$3(t-3)^2 - 2(t-1)^2 + 2(t+1)^2 - 3(t+3)^2$$

(3p)

(b)

$$\frac{\frac{x}{2} + \frac{2}{x}}{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{4}}$$

(3p)

3. (a) Lös följande ekvationssystem

$$\begin{cases} x - 3y = 3 \\ 15x - 15y = -15 \end{cases}$$

(4p)

- (b) Illustrera grafiskt ekvationssystemet och dess lösning med en skiss i ett koordinatsystem. (4p)

4. Ge lösningsmängden för följande olikhet

$$|x - 1| > 2|x - 2|.$$

(4p)

5. Låt

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^3 + 2x^2}}{x}.$$

- (a) Vilka värden på  $x$  är tillåtna för  $f(x)$ ? (2p)  
(b) Förenkla  $f(x)$ . (2p)  
(c) Skissa<sup>1</sup> kurvan  $y = f(x)$ . (3p)
6. Vad är arean av den minsta rektangel som täcker följande kurva i  $xy$ -planet?

$$9x^2 - 18x + y^2 - 4y + 4 = 0.$$

(4p)

---

<sup>1</sup>Eller måla, om ni envisas med att säga så.

7. En konstruktör av tävlingssegelbåtar, Petra Pellesson, är intresserad av att veta hur bra båten går i lätta byiga vindar. Hon har därför tagit fram ett index som hon kallar racingindexet,  $R$ , som med hjälp av Newtons andra lag ska ge en indikation på hur bra båten kan accelerera och som hon definierade som kraften genom massan. Vi kan anta att den lilla båten har samma densitet som den stora och att kraften är proportionell mot segelytan.
- (a) Hur förändras  $R$  med längdskalan  $S$  om man vill jämföra en liten modellbåt med den slutgiltiga riktiga båten? (4p)
- (b) Mer specifikt, vad blir kvoten av racingindexen för enfotsmodellen och den verkliga trettiofotsbåten? (2p)
8. Formulera och bevisa **faktorsatsen**. (5p)
9. Härled parabelns ekvation med brännpunkt i  $(0, c)$  och styrlinje  $y = -c$ . (4p)

