

Examinator: Mårten Wadenbäck

Telefonvakt: Anders Hildeman, telefon: x6792

Hjälpmedel: Penna, suddgummi, linjal, pennvässare

För betyget tre kvävs minst 20 poäng, för betyget fyra krävs minst 32 poäng, och för betyget fem krävs minst 42 poäng. Lösningar publiceras på kurshemsidan efter skrivningen. Resultatet meddelas i LADOK, och bör synas senast 2019-01-29. Tid och plats för visning kommer att anslås på kurshemsidan senast samma datum.

OBS: Skriv tydligt och luftigt, på *en* sida av varje pappersark. Behandla högst en uppgift per sida (deluppgifter går dock bra). Motivera dina svar väl—det är i huvudsak motiveringarna och beräkningarna som ger poäng, inte svaret. Ofullständig eller bristfällig lösning kan ibland ändå ge delpoäng, så försök även om du är osäker. Numrera de inlämnade bladen *efter* att du sorterat dem! Använd inte röd penna, men gärna annan färg.

1. (a) Ange fyra olika ”byggstenar” som används för att bygga upp en matematisk teori. (2p)
 (b) Redogör kortfattat för minst två av begreppen du angav i (a). (2p)
 (c) Förklara när det går att använda likhetstecken, respektive när det går att använda implikationspilar/ekvivalenspilar. Ge tydliga exempel som visar rätt, respektive fel, användning. (3p)

2. (a) Utveckla och förenkla följande uttryck så långt det går:

$$\frac{\frac{a}{a+2b} + \frac{2b}{a-2b}}{\frac{a+2b}{a^2-4b^2}}.$$

(3p)

- (b) Bestäm kvot och rest då $6x^4 - 4x^3 - 19x^2$ delas med $5 - 2x^2$. (3p)

3. En fabrik tillverkar två modeller av bilsläp, där båda modellerna använder samma typ av hjul. Den mindre modellen har två hjul, medan den större har fyra hjul. En månad producerade fabriken 260 bilsläp, med sammanlagt 740 hjul.

- (a) Ställ upp ett ekvationssystem som beskriver situationen ovan. (2p)
 (b) Lös ekvationssystemet från (a). Ange särskilt hur många fyrhjuliga släp som byggdes.

Om du inte löst (a) har du ändå chans att få full poäng på (b) genom att lösa följande ekvationssystem (som inte har något med bilsläpen att göra) istället:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 2 \\ 5x + 3y = 1. \end{cases}$$

Väljer du att lösa detta alternativa system istället kan du inte få några poäng på (a). (4p)

4. Lös ekvationen

$$|2x + 1| + 4|x - 1| = 4.$$

(4p)

5. Lös olikheten

$$\frac{2+x}{x^3+2x} > \frac{1}{x-x^2}.$$

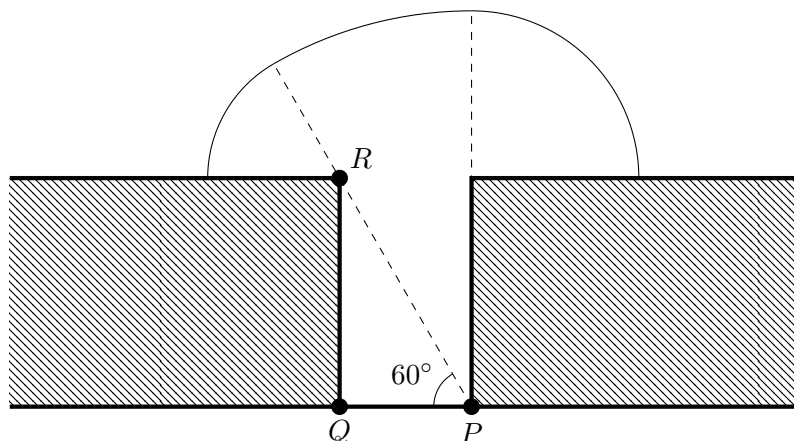
(5p)

6. Betrakta ekvationen

$$x^2 - 2x + 9y^2 + 18y + 1 = 0.$$

- (a) Vilken typ av kägelsnitt beskrivs av ekvationen ovan? (1p)
- (b) Bestäm medelpunkten och skissa kurvan för kägelsnittet. (2p)
- (c) Lös ut y som funktion av x i ekvationen, då $y \geq -1$. Ange speciellt för vilka värden på x detta funktionsuttryck är definierat. (3p)

7. Två rektangulära hus, med identiska mått, är placerade enligt figuren (de två snedrandiga områdena är husen).



Hörnen P och Q på husen är förbundna med ett högt och kraftigt plank. En väldigt otrevlig vakthund håller till mellan husen, och är (lyckligtvis!) kopplad i ett 9 m långt koppel som är fäst vid P .

- (a) Givet att avståndet från P till R är 6 m, bestäm arean av hundens rörelseområde. (5p)
- (b) Hunden stör förstås omgivningen. En granne vill skicka en skrivelse till kommunen för att klaga, och gör en noggrann planskiss av området i skalan 1:100. Hur stor area får hundens rörelseområde på planskissen? (2p)
8. Visa att om två linjer skär varandra under rät vinkel så gäller det för riktningskoefficienterna k_1 och k_2 att $k_2 = -\frac{1}{k_1}$. (5p)
9. Bevisa *konjugatregeln* och generaliseringen till $a^3 - b^3$. (4p)

Lycka till!