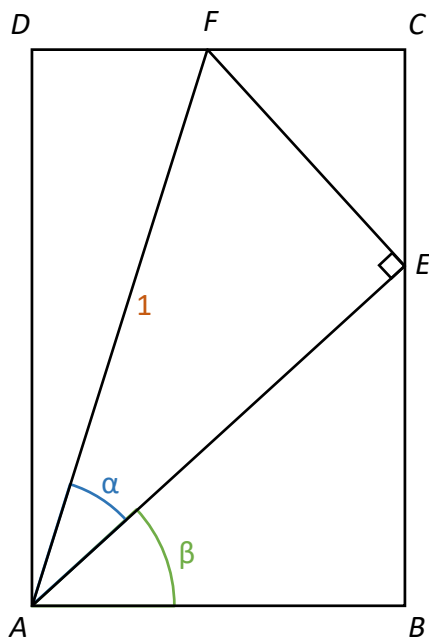
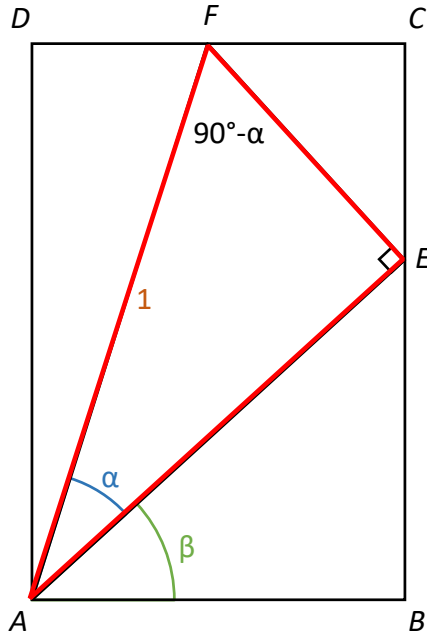


# Alternativt bevis av additionsformlerna för spetsiga vinklar



Steg 0. Utgå från referensfiguren till vänster

# Alternativt bevis av additionsformlerna för spetsiga vinklar



Steg 0. Utgå från referensfiguren till vänster

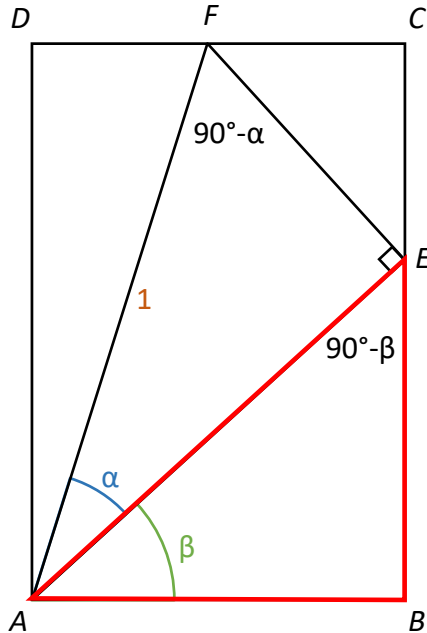
Steg 1. Solvra triangeln AEF

$$|AF| = 1 \text{ (hypotenusan)}$$

$$|AE| = |AF| \cdot \cos \alpha = \cos \alpha \text{ (närliggande katet)}$$

$$|EF| = |AF| \cdot \sin \alpha = \sin \alpha \text{ (motstående katet)}$$

# Alternativt bevis av additionsformlerna för spetsiga vinklar



Steg 0. Utgå från referensfiguren till vänster

Steg 1. Solvera triangeln AEF

$$|AF| = 1 \text{ (hypotenusan)}$$

$$|AE| = |AF| \cdot \cos \alpha = \cos \alpha \text{ (närliggande katet)}$$

$$|EF| = |AF| \cdot \sin \alpha = \sin \alpha \text{ (motstående katet)}$$

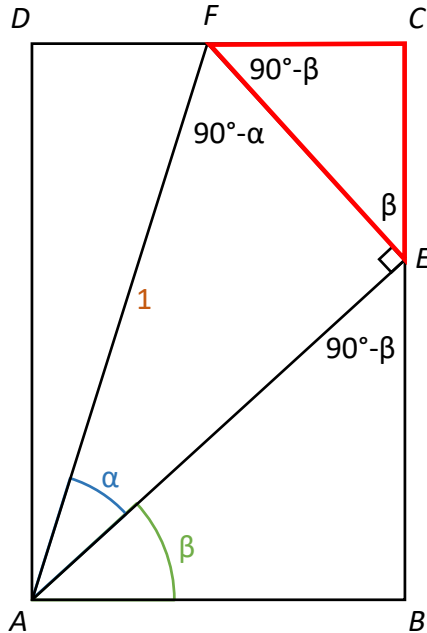
Steg 2. Solvera triangeln ABE

$$|AE| = \text{/Steg 1/} = \cos \alpha \text{ (hypotenusan)}$$

$$|AB| = |AE| \cdot \cos \beta = \cos \alpha \cos \beta \text{ (närliggande katet)}$$

$$|BE| = |AE| \cdot \sin \beta = \cos \alpha \sin \beta \text{ (motstående katet)}$$

# Alternativt bevis av additionsformlerna för spetsiga vinklar



Steg 0. Utgå från referensfiguren till vänster

Steg 1. Solvra triangeln AEF

$$|AF| = 1 \text{ (hypotenusan)}$$

$$|AE| = |AF| \cdot \cos \alpha = \cos \alpha \text{ (närliggande katet)}$$

$$|EF| = |AF| \cdot \sin \alpha = \sin \alpha \text{ (motstående katet)}$$

Steg 2. Solvra triangeln ABE

$$|AE| = \text{/Steg 1/} = \cos \alpha \text{ (hypotenusan)}$$

$$|AB| = |AE| \cdot \cos \beta = \cos \alpha \cos \beta \text{ (närliggande katet)}$$

$$|BE| = |AE| \cdot \sin \beta = \cos \alpha \sin \beta \text{ (motstående katet)}$$

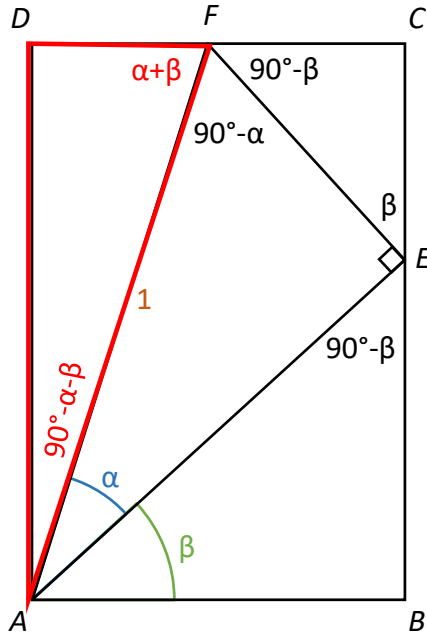
Steg 3. Solvra triangeln ECF

$$|EF| = \text{/Steg 1/} = \sin \alpha \text{ (hypotenusan)}$$

$$|CE| = |EF| \cdot \cos \beta = \sin \alpha \cos \beta \text{ (närliggande katet)}$$

$$|CF| = |EF| \cdot \sin \beta = \sin \alpha \sin \beta \text{ (motstående katet)}$$

# Alternativt bevis av additionsformlerna för spetsiga vinklar



Steg 0. Utgå från referensfiguren till vänster

Steg 1. Solvra triangeln AEF

$$|AF| = 1 \text{ (hypotenusan)}$$

$$|AE| = |AF| \cdot \cos \alpha = \cos \alpha \text{ (närliggande katet)}$$

$$|EF| = |AF| \cdot \sin \alpha = \sin \alpha \text{ (motstående katet)}$$

Steg 2. Solvra triangeln ABE

$$|AE| = \text{/Steg 1/} = \cos \alpha \text{ (hypotenusan)}$$

$$|AB| = |AE| \cdot \cos \beta = \cos \alpha \cos \beta \text{ (närliggande katet)}$$

$$|BE| = |AE| \cdot \sin \beta = \cos \alpha \sin \beta \text{ (motstående katet)}$$

Steg 3. Solvra triangeln ECF

$$|EF| = \text{/Steg 1/} = \sin \alpha \text{ (hypotenusan)}$$

$$|CE| = |EF| \cdot \cos \beta = \sin \alpha \cos \beta \text{ (närliggande katet)}$$

$$|CF| = |EF| \cdot \sin \beta = \sin \alpha \sin \beta \text{ (motstående katet)}$$

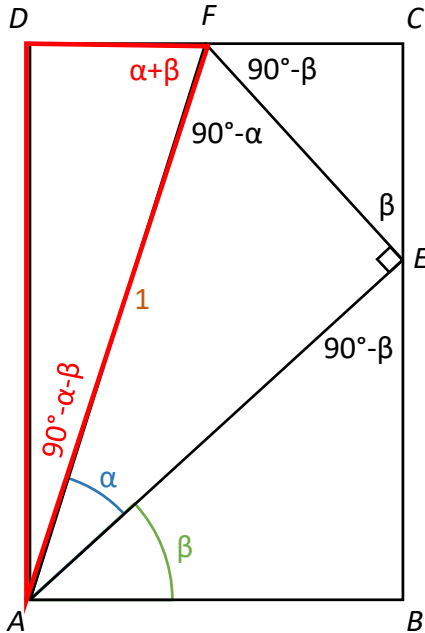
Steg 4. Solvra triangeln AFD

$$|AF| = 1 \text{ (hypotenusan)}$$

$$|DF| = |AF| \cdot \cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha + \beta) \text{ (närliggande katet)}$$

$$|AD| = |AF| \cdot \sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha + \beta) \text{ (motstående katet)}$$

# Alternativt bevis av additionsformlerna för spetsiga vinklar



Steg 0. Utgå från referensfiguren till vänster

Steg 1. Solvera triangeln AEF

$$|AF| = 1 \text{ (hypotenusan)}$$

$$|AE| = |AF| \cdot \cos \alpha = \cos \alpha \text{ (närliggande katet)}$$

$$|EF| = |AF| \cdot \sin \alpha = \sin \alpha \text{ (motstående katet)}$$

Steg 2. Solvera triangeln ABE

$$|AE| = \text{/Steg 1/} = \cos \alpha \text{ (hypotenusan)}$$

$$|AB| = |AE| \cdot \cos \beta = \cos \alpha \cos \beta \text{ (närliggande katet)}$$

$$|BE| = |AE| \cdot \sin \beta = \cos \alpha \sin \beta \text{ (motstående katet)}$$

Steg 3. Solvera triangeln ECF

$$|EF| = \text{/Steg 1/} = \sin \alpha \text{ (hypotenusan)}$$

$$|CE| = |EF| \cdot \cos \beta = \sin \alpha \cos \beta \text{ (närliggande katet)}$$

$$|CF| = |EF| \cdot \sin \beta = \sin \alpha \sin \beta \text{ (motstående katet)}$$

Steg 4. Solvera triangeln AFD

$$|AF| = 1 \text{ (hypotenusan)}$$

$$|DF| = |AF| \cdot \cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha + \beta) \text{ (närliggande katet)}$$

$$|AD| = |AF| \cdot \sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha + \beta) \text{ (motstående katet)}$$

Steg 5. Uttryck kateterna i triangeln AFD på ett annat sätt

$$\cos(\alpha + \beta) = |DF| = |CD| - |CF| = |AB| - |CF| = \text{/Steg 2 o 3/} = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = |AD| = |BC| = |BE| + |EC| = \text{/Steg 2 o 3/} = \cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta$$