

Tentamen i Matematik för Tekniskt Basår, MVE425B

2015 02 13 kl. 14.00–18.00.

Hjälpmiddel: Bifogat formelblad (baksidan), typgodkänd miniräknare.

Telefon: Lennart Falk 772 3564

För godkänt krävs minst 20 poäng. Betyg 3: 20-31 poäng, betyg 4: 32-41 poäng, betyg 5: 42-50 poäng.

Lösningar och besked om granskningsmöjligheter lämnas på kursens hemsida:

<http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve425b/1415/>

Skriv din personliga tentamenskod på samtliga inlämnade papper.

Examinator: Lennart Falk

1. Lös ekvationerna (8p)

- (a) pH-skalan definieras genom ekvationen $pH = -\lg[H^+]$, där $[H^+]$ är vätejonkoncentrationen (enhet mol/liter). Vad är vätejonkoncentrationen vid $pH = 5,6$?
- (b) För en radioaktiv nuklid gäller att massan avtar enligt $m = Ce^{-0,0325t}$, där t är tiden i enheten dygn, C är massan då $t = 0$. Beräkna halveringstiden.
- (c) Lös ekvationen $\ln(x - 3) - \ln 3 = 2 \ln 2 - \ln(x - 7)$.

2. Lös ekvationerna (6p)

- (a) $\tan(3x + \frac{\pi}{4}) = -1$
- (b) $\cos 5x = \cos 2x$

3. Funktionen (4p)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a-x^2}{2+x} & \text{om } x \neq -2 \\ b & \text{om } x = -2 \end{cases}$$

är kontinuerlig. Vad är a och b ?

4. Beräkna gränsvärdena (8p)

$$(a) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{2x+10} - 2}{x+3} \quad (b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x+4}{\sqrt{9x^2-8x}} \quad (c) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x+4}{\sqrt{9x^2-8x}}$$

5. Bestäm alla komplexa lösningar till ekvationen $z^4 = 2(-1 + i\sqrt{3})$. (6p)

Lösningarna ska uttryckas i så förenklad form $a + bi$ som möjligt.

6. Ekvationen $z^4 - 4z^3 + 15z^2 - 8z + 26 = 0$ har en lösning $z = \sqrt{2}i$. (6p)

Vilka är de övriga lösningarna?

7. Bevisa genom att använda lämpliga additions- och subtraktionsformler att (6p)

$$\sin v \sin 5v = \frac{\cos 4v - \cos 6v}{2}$$

8. Bevisa att $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$. (6p)

TRIGONOMETRISKA FORMLER

Additions- och subtraktionsformlerna

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

Formler för dubbla vinkeln

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

Omskrivning till amplitud-fasvinkelform

$$a \cos v + b \sin v = c \sin(v + \phi)$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\phi = \arctan \frac{a}{b} \text{ om } b > 0$$

$$\phi = \arctan \frac{a}{b} + \pi \text{ om } b < 0$$