

Tentamen i Matematik för Tekniskt Basår, MVE425B

2015 08 26 kl. 8.30–12.30.

Hjälpmiddel: Bifogat formelblad (baksidan), typgodkänd miniräknare.

Telefon: Lennart Falk 772 3564

För godkänt krävs minst 20 poäng. Betyg 3: 20-31 poäng, betyg 4: 32-41 poäng, betyg 5: 42-50 poäng.

Lösningar och besked om granskningsmöjligheter lämnas på kursens hemsida:

<http://www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve425b/1415/>

Skriv din personliga tentamenskod på samtliga inlämnade papper.

Examinator: Lennart Falk

1. (a) Lös ekvationen $\ln x^3 + 1 = \ln x^2$. (3 p)

(b) En bakterietillväxt utvecklas enligt sambandet $y(t) = 1000e^{0,64t}$, där $y(t)$ är antalet bakterier vid tiden t timmar. Efter hur lång tid har antalet bakterier tiofaldigats? (3 p)

2. Bestäm (3+3+3 p)

(a) alla lösningar mellan 0° och 90° till ekvationen $\sin 5x = \frac{1}{2}$.

(b) alla lösningar till ekvationen $\tan(x - \frac{\pi}{6}) = 1$.

(c) alla lösningar till ekvationen $\cos 2x = \cos \frac{\pi}{4}$.

3. I en triangel är två sidor 5 cm och 6 cm, vinkeln mellan dem är 20° . Beräkna återstående sida och vinklar. (6 p)

4. Bestäm alla komplexa lösningar till ekvationen $z^6 = -64$. För full poäng ska svaren ges på formen $a + ib$ utan trigonometriska uttryck. (6 p)

5. Beräkna gränsvärdena

(a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - x - 12}{x - 4}$ (b) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4} - 3}{x - 5}$ (3+3 p)

6. Man kan göra omskrivningen $5 \cos x - 12 \sin x = c \sin(x + \phi)$. Vad ska i så fall c och ϕ vara? (5 p)

7. Ekvationen $z^5 - 3z^4 + 5z^3 - 7z^2 + 4z + 20 = 0$ har lösningarna $z = 2 - i$ och $z = 2i$. Bestäm de övriga lösningarna. (6 p)

8. Bevisa cosinussatsen. (6 p)

TRIGONOMETRISKA FORMLER

Additions- och subtraktionsformlerna

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

Formler för dubbla vinkeln

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

Omskrivning till amplitud-fasvinkelform

$$a \cos v + b \sin v = c \sin(v + \phi)$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\phi = \arctan \frac{a}{b} \text{ om } b > 0$$

$$\phi = \arctan \frac{a}{b} + \pi \text{ om } b < 0$$