

## MVE425: Tekniskt basår – Matematik, del B

**Examinator / telefonvakt:** Lukáš Malý, Matematiska vetenskaper, tel. 031 - 772 53 42

**Hjälpmedel:** Formelblad utdelat med tesen (tryckt på baksidan). Inga miniräknare är tillåtna.

**Betygsgränser:** För betyg 3 krävs 20 p; för betyg 4 krävs 32 p; för betyg 5 krävs 42 p (utav 50 p).

**Lösningförslag** publiceras på kurshemsidan.

**Granskningstillfälle** meddelas via kurshemsidan och mail/meddelande från PING PONG.

**OBS:** Alla svar skall vara väl motiverade. Bristande motivering kommer att ge bristande poäng.

1. Bestäm definitionsmängden  $D_f$  till funktionen  $f(x) = \ln(x+3) - \ln(x-3)$ . Finn den inversa funktionen  $f^{-1}$  och dess värdemängd  $V_{f^{-1}}$  och sedan dess definitionsmängd  $D_{f^{-1}}$ . (5p)

2. Lös följande ekvationer:

(a)  $\log_2(\log_3(\log_5 x)) = 0$  (2p)

OBS: En annan beteckning för  $\log_a$  är  ${}^a\log$  (vilket används i Blomqvistböckerna).

(b)  $4^x - 2^{x+2} + 2^{2-x} = 1$  (4p)

(c)  $\sin 2x = \sqrt{3} \cos x$ ; ange ditt svar i radianer (3p)

3. Sölv triangeln  $ABC$ , där  $a = |BC| = \sqrt{3}$  l.e.,  $b = |AC| = \sqrt{2}$  l.e.,  $\alpha = |\angle CAB| = 60^\circ$ . Bestäm samtliga vinklar, sidlängder och triangelns area. Alla storheter ska anges exakt så att de inte innehåller några arcus-funktioner. (5p)

4. Bestäm amplituden  $A > 0$  och fasvinkeln  $\phi \in \mathbb{R}$  så att  $\sqrt{3} \sin x - 3 \cos x = A \cos(x + \phi)$ . Observera att det finns flera möjliga fasvinklar som funkar i omskrivningen, men det räcker att endast hitta en av dem. Ange fasvinkeln i grader. (6p)

5. Antag att  $m \in \mathbb{R}$ . Visa att värdet på kvoten  $\frac{m - 3i}{3 + mi}$  inte beror på  $m$ . (3p)

6. Faktoruppdelning polynomet  $P(z) = z^4 + 16$  i reella andragsgradsfaktorer. (5p)

7. (a) Beräkna  $\lim_{x \rightarrow 4} (7x - 25)$ . (0.5p)

(b) Hur definieras detta gränsvärde (med specifikt värde som beräknats)? (1.5p)

(c) Verifiera gränsvärdets definition. (3p)

8. Räkna ut följande gränsvärden: (3p + 4p + 2p)

(a)  $\lim_{x \rightarrow 1} (x - 1)^2 \cos\left(\frac{5}{x - 1}\right)$ , (b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x + 1} - \sqrt{x + 1}}{\sin 2x}$ , (c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(4x + 2)^2}{(x + 1)^3 - x^3}$

9. Avgör huruvida funktionen  $f(x) = \begin{cases} 2 \cos x & \text{då } x \leq 0, \\ \frac{\sin 2x}{x} & \text{då } x > 0, \end{cases}$  är kontinuerlig. (3p)

## Formelblad

### Additions- och subtraktionsformlerna för de trigonometriska funktionerna

$$\begin{aligned}\sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta & \tan(\alpha + \beta) &= \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \\ \sin(\alpha - \beta) &= \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta & \tan(\alpha - \beta) &= \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta & \cot(\alpha + \beta) &= \frac{\cot \alpha \cot \beta - 1}{\cot \beta + \cot \alpha} \\ \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta & \cot(\alpha - \beta) &= \frac{\cot \alpha \cot \beta + 1}{\cot \beta - \cot \alpha}\end{aligned}$$

### Formler för dubbla vinkeln

$$\begin{aligned}\sin(2\alpha) &= 2 \sin \alpha \cos \alpha & \tan(2\alpha) &= \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \\ \cos(2\alpha) &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha & \cot(2\alpha) &= \frac{\cot^2 \alpha - 1}{2 \cot \alpha}\end{aligned}$$

### Värden på sinus och cosinus för några ovanliga vinklar

Tabellen har utelämnats. I den här tentan är det endast en lite ovanlig vinkel som behövs, men dess sin- och cos-värden kan lätt beräknas med hjälp av additions- och subtraktionsformlerna ovan.