

MVE425: Tekniskt basår – Matematik, del B

Examinator / telefonvakt: Lukáš Malý, Matematiska vetenskaper, tel. 031 - 772 53 42

Hjälpmedel: Formelblad utdelat med tesen (tryckt på baksidan). Inga miniräknare är tillåtna.

Betygsgränser: För betyg 3 krävs 20 p; för betyg 4 krävs 32 p; för betyg 5 krävs 42 p (utav 50 p).

Lösningförslag publiceras på kurshemsidan idag kl. 14:30.

Granskningstillfälle meddelas via kurshemsidan och mail/meddelande från PING PONG.

OBS: Alla svar skall vara väl motiverade. Bristande motivering kommer att ge poängavdrag.

1. Bestäm definitionsmängden till funktionen $g(x) = \frac{\sqrt{3-x}}{\sqrt{4-2x}}$. (3p)

2. Förenkla uttrycket (4p)

$$\lg(\ln e^{10}) + 2 \lg 20 - \frac{\ln 4}{\ln 10}.$$

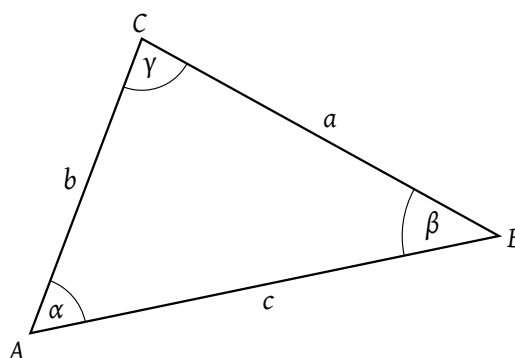
3. Lös följande ekvationer: (2p + 3p + 4p)

(a) $e^{2x} = 15 + 2e^x$;

(b) $\ln(x+1) = \ln(8-x) - \ln x$;

(c) $\tan v = \sin 2v$, där $\pi \leq v \leq 2\pi$.

OBS: I uppgifter 4 (c) och 5 betecknas sidorna och vinklarna i triangeln ABC enligt figuren nedan:



4. (a) Formulera cosinussatsen. (2p)

(b) Bevisa cosinussatsen. I beviset får du gärna anta att triangeln är spetsvinklig. (5p)

(c) Bevisa följande följsats till cosinussatsen:
Om $c^2 > a^2 + b^2$, så är triangeln ABC trubbvinklig. (3p)

5. Bestäm arean av triangeln ABC , där $a = 10$ cm, $b = 6$ cm och $\cos \gamma = \frac{3}{5}$. (4p)

6. Lös ekvationen (6p)

$$(z+2)^3 = -8i.$$

Lösningarna skall anges i rektangulär form (d.v.s. som $x + iy$).

Var god vänd!

7. Räkna ut följande gränsvärden: (3p + 3p)

$$(a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - \sqrt{x+3}}{\sqrt{4x} - \sqrt{2x+2}}, \quad (b) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2+2}}{(x+2)^2 - (x-1)^2}.$$

8. Räkna ut följande gränsvärden: (2p + 2p)

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right), \quad (b) \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin\left(\frac{1}{x}\right).$$

Tips: Det ena gränsvärdet kan lätt bestämmas m.h.a. instängningssatsen, medan den andra m.h.a. variabelbytet $z = \frac{1}{x}$. (Standardgränsvärden får användas utan bevis.)

9. Bestäm de reella talen a och b så att funktionen (4p)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x-2}{x-1} & \text{då } x < 1, \\ a & \text{då } x = 1, \\ bx + 1 & \text{då } x > 1 \end{cases}$$

blir kontinuerlig.

Lycka till!

Formler

Additions- och subtraktionsformlerna för de trigonometriska funktionerna

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \quad \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \quad \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \quad \cot(\alpha + \beta) = \frac{\cot \alpha \cot \beta - 1}{\cot \beta + \cot \alpha}$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \quad \cot(\alpha - \beta) = \frac{\cot \alpha \cot \beta + 1}{\cot \beta - \cot \alpha}$$

Formler för dubbla vinkeln

$$\sin(2\alpha) = 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad \tan(2\alpha) = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \quad \cot(2\alpha) = \frac{\cot^2 \alpha - 1}{2 \cot \alpha}$$