

MVE425: Tekniskt basår – Matematik, del B

Examinator: Lukáš Malý, tel. 031 - 772 53 42

Telefonvakt: Carl Lundholm, tel. 031 - 772 67 92

Hjälpmedel: Formler utdelade med tesen (tryckta på baksidan). Inga miniräknare är tillåtna.

Betygsgränser: För betyg 3 krävs 20 p; för betyg 4 krävs 32 p; för betyg 5 krävs 42 p (utav 50 p).

Lösningförslag publiceras på kurshemsidan idag kl. 20:00.

OBS: Alla svar skall vara väl motiverade. Bristande motivering kommer att ge poängavdrag.

1. Bestäm definitionsmängden för funktionen $h(x) = \sqrt{16 - x^2}$. (3p)

OBS: I uppgifter 2 (a) och 2 (b) får du gärna välja själv vilka exakta logaritmbaser som används.

2. (a) Formulera basbytesformeln för logaritmer och bevisa den. (3p)
(b) Formulera alla logaritmlagarna (3 stycken totalt) och bevisa en av dem (välj själv!) (4p)
(c) En utav de mest populära falska räknereglerna skulle ge att $\ln(2x + y) = 2 \ln x + \ln y$, där x och y är positiva reella tal. Den här likheten råkar gälla endast i några få undantagsfall. Lös ut variabeln y ur ekvationen

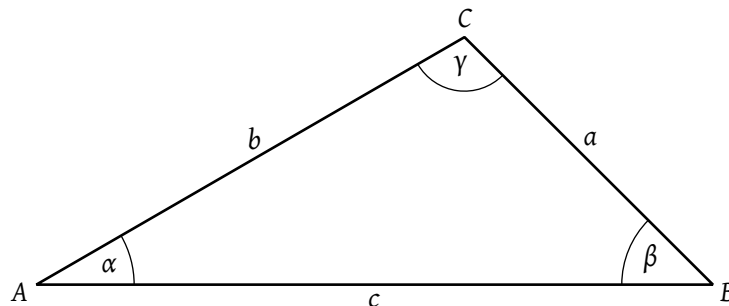
$$\ln(2x + y) = 2 \ln x + \ln y$$

för att ta reda på samtliga talpar x och y , för vilka denna likhet råkar vara sant. (3p)

3. Lös följande ekvationer: (2p + 4p)

(a) $9^x + 2 \cdot 3^x - 15 = 0$; (b) $\tan 2v = 3 \tan v$, där $\frac{\pi}{2} < v < \frac{3\pi}{2}$.

4. Sölvra triangeln ABC , där $a = 1$ dm, $b = \sqrt{2}$ dm och $\beta = 45^\circ$. (Arean krävs ej.) (5p)



5. Visa att $4 \sin^2 x \cos x = \cos x - \cos 3x$. (4p)

Tips: Utgå från antingen *Eulers formler*, eller *de Moivres formel*.

6. Lös ekvationen (6p)

$$(z - i)^4 = -4.$$

Lösningarna skall anges i rektangulär form (d.v.s. som $x + iy$).

Var god vänd!

7. Beräkna följande gränsvärden: (3p + 3p)

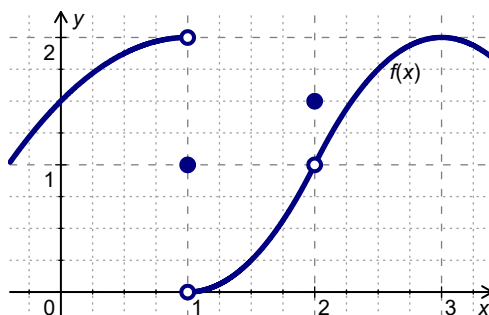
(a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x-5} - \sqrt{x+1}}{x^2 - 5x + 6},$ (b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 - 4x + 1}).$

8. Exponentialfunktionen uppfyller dubbelolikheten $1 + t \leq e^t \leq 1 + t + t^2$ för alla $t < 1$.
Använd gärna denna olikhet till att bestämma

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x^2} - 1}{x^2}. \quad (2p)$$

9. Genom att avläsa grafen, bestäm följande uttryck: (2p)

- (a) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x),$ (b) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x),$
 (c) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x),$ (d) $f(1),$
 (e) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x),$ (f) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x),$
 (g) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x),$ (h) $f(2).$



(I uppgift 9 skall endast svar anges.)

10. Bestäm de reella talen a och b så att funktionen (6p)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 6x}{2x} & \text{då } x < 0, \\ ax + b & \text{då } 0 \leq x \leq 2, \\ \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} & \text{då } x > 2 \end{cases}$$

blir kontinuerlig.

Lycka till!

Additions- och subtraktionsformlerna för de trigonometriska funktionerna

$$\begin{aligned} \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta & \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ \sin(\alpha - \beta) &= \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta & \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \end{aligned}$$

Formler för dubbla vinkeln

$$\sin(2\alpha) = 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad \cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \quad \tan(2\alpha) = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

Värden av sinus och cosinus för några ovanliga vinklar

Tabellen har utelämnats. I den här tentan är det endast en lite ovanlig vinkel som behövs, men dess sin- och cos-värden kan lätt beräknas med hjälp av additions- och subtraktionsformlerna ovan.