

MVE425: TEKNISKT BASÅR – MATEMATIK, DEL B

TEORILISTA FÖR TENTAMEN (LÄSÅRET 2017/18)

På tentan ska det komma (bl.a.) frågor av teoretisk karaktär, t.ex. kan man ombeds redogöra för något begrepp eller någon definition. Dessutom blir minst en av uppgifterna på tentan att formulera, härleda eller bevisa någon sats, räkneregel el. dyl. Alla begrepp och resultat i kursboken kan komma att testas på tentan men endast bevis/härledningar av följande resultat är aktuella:

- Formulera och bevisa logaritmlagarna:

$$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y, \quad \log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y, \quad \log_a(x^p) = p \log_a x,$$

där $x, y > 0, p \in \mathbb{R}$ och $0 < a \neq 1$.

- Formulera och bevisa basbyte för allmänna logaritmer:

$$\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b},$$

där $x > 0$ och $0 < a, b \neq 1$.

- Formulera och bevisa areasatsen:

$$\begin{aligned} \text{Arean av } \triangle ABC &= \frac{1}{2}ab \sin \gamma, & \text{alternativt} & \text{Arean} = \frac{1}{2}bc \sin \alpha \\ & & \text{eller} & \text{Arean} = \frac{1}{2}ac \sin \beta. \end{aligned}$$

- Formulera och bevisa sinussatsen:

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}.$$

- Formulera och bevisa cosinussatsen:

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma, & \text{alternativt} & a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha \\ & & \text{eller} & b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta. \end{aligned}$$

- Formulera och bevisa additions- och subtraktionsformlerna för sin, cos, tan (se formelbladet). Det duger att kunna bevisa formlerna bara för spetsiga vinklar.

- Formulera och bevisa formlerna för dubbla vinkeln (se formelbladet).

- Härled omskrivningen $a \sin v + b \cos v = c \sin(v + \phi)$.

- Bevisa Eulers formler:

$$\sin v = \frac{e^{iv} - e^{-iv}}{2i}, \quad \cos v = \frac{e^{iv} + e^{-iv}}{2}$$

- Bevisa sambandet $\sin v \leq v \leq \tan v$ då $v \geq 0$, respektive $\tan v \leq v \leq \sin v$ då $v \leq 0$.

- Bevisa att

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$$

- Definiera $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ formellt, d.v.s. via ε - och δ -omgivningar av talen $L \in \mathbb{R}$ och $a \in \mathbb{R}$ och verifiera att definitionen är uppfylld för några enkla gränsvärden som t.ex. $\lim_{x \rightarrow 2} (2x - 1) = 3$.

OBS: Det kan dock förekomma andra bevisuppgifter som inte bygger på just teorem i kursboken.