

# Tentamensskrivning i matematik del E 20140520

Kurskod: LMA164

Telefonvakt: Jonny Lindström tel. 0733 607040

Tid för tentamen: 08.30-12.30

Hjälpmedel: Inga

---

1. Beräkna följande integraler.

$$\text{a) } \int \frac{x}{x^2 + 6x + 8} dx \quad \text{b) } \int x \ln x dx \quad \text{c) } \int \sin \sqrt{x} dx. \quad (10p)$$

2. Kurvorna

$$y = \frac{8}{x+2}, \quad x \geq 0 \quad \text{och} \quad y = x, \quad x \geq 0$$

avgränsar tillsammans med  $y$ -axeln ett begränsat område. Beräkna arean av detta område. Rita figur! (5p)

3. Området  $0 \leq y \leq e^x$  och  $0 \leq x \leq \ln 2$  roteras ett varv kring  $x$ -axeln. Beräkna rotationskroppens volym. Rita figur! (4p)

4. Visa med induktion att  $\sum_{k=1}^n k(k+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ ,  $n \geq 1$ . (5p)

5. Lös differentialekvationerna

$$\text{a) } y' = e^y \sin x, \quad y(\pi) = 0 \quad \text{b) } xy' + y = xe^{x^2}, \quad x > 0, \quad y(1) = e. \quad (8p)$$

6. Då dagsljuset tränger ner i en sjö avtar ljusets intensitet  $I(x)$  med djupet  $x$  under vattenytan enligt Lamberts lag:

$$\frac{dI}{dx} = -kI$$

där  $k$  är en positiv konstant. Bestäm funktionen  $I(x)$  om ljusintensiteten är  $I(0) = I_0$  vid ytan och  $I(1) = 0.4I_0$  på 1 meters djup. (5p)

7. För vilka värden på  $x$  är serien  $\sum_{k=2}^{\infty} (2x)^k$  konvergent? För vilka värden på  $x$  blir seriens summa lika med 2? (5p)

8. Härled lösningsformeln till en linjär differentialekvation av första ordningen d.v.s. en DE av typen  $y' + f(x)y = g(x)$ . (4p)

9. Formulera och bevisa formeln för en geometrisk summa. (4p)