

MVE425 del D / LMA164 del E

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

För godkänt på tentan krävs 20 poäng. För betyg 4 resp. 5 krävs 32 resp. 42 poäng.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida. Resultat meddelas via Ladok.

1. Beräkna: (a) $\int \frac{1}{x^2+2} dx$, (b) $\int \tan x dx$, (c) $\int \arcsin x dx$. (3+3+3p)

2. Låt $f(x) = x$ och $g(x) = 2 - x$. Bestäm (3+3+3p)

- (a) arean av det område som innesluts av y-axeln och graferna till funktionerna f och g ,
- (b) volymen av den rotationsvolym som området i (a) ger upphov till vid rotation runt x-axeln,
- (c) volymen av den rotationsvolym som området i (a) ger upphov till vid rotation runt y-axeln.

3. (a) Lös begynnelsevärdesproblemet $y' + \frac{2}{x}y = x^2$, $y(-1) = 0$. (4+4+4p)

(b) Lös begynnelsevärdesproblemet $y' = x^2(1 + y^2)$, $y(0) = 0$.

(c) Lös differentialekvationen $y'' + 2y' + 2y = x$.

4. Visa med induktion att $1 + 4 + 7 + \dots + (3n - 2) = \frac{n(3n - 1)}{2}$, $n \geq 1$. (6p)

5. Vid odling av en jästkultur är tillväxthastigheten proportionell mot mängden jäst. En sådan odling görs i en behållare från vilken man tappar ut a kg/h (kg jäst per timma). (3+3p)

(a) Antag att mängden jäst från början är y_0 kg och att proportionalitetskonstanten är $0,2 \text{ h}^{-1}$. Bestäm mängden jäst som funktion av tiden (timmar).

(b) Går det att välja a så att mängden jäst i behållaren hålls konstant? Hur ska man i så fall välja a ? Motivera ditt svar.

6. Bevisa att $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$. (4p)

7. Bevisa integreringsregeln (PI) $\int f(x)g(x) dx = F(x)g(x) - \int F(x)g'(x) dx$. (4p)

Lycka till!
Klas M